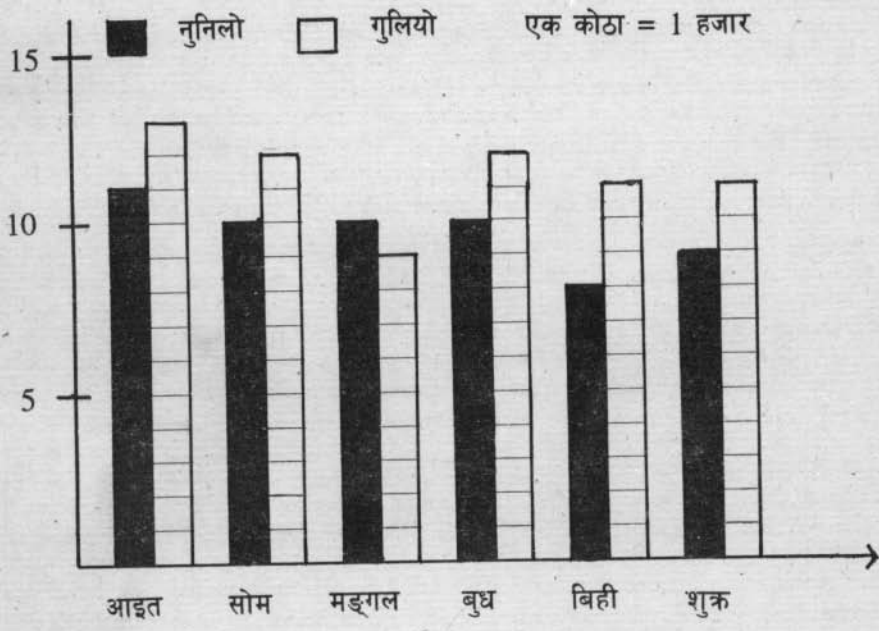
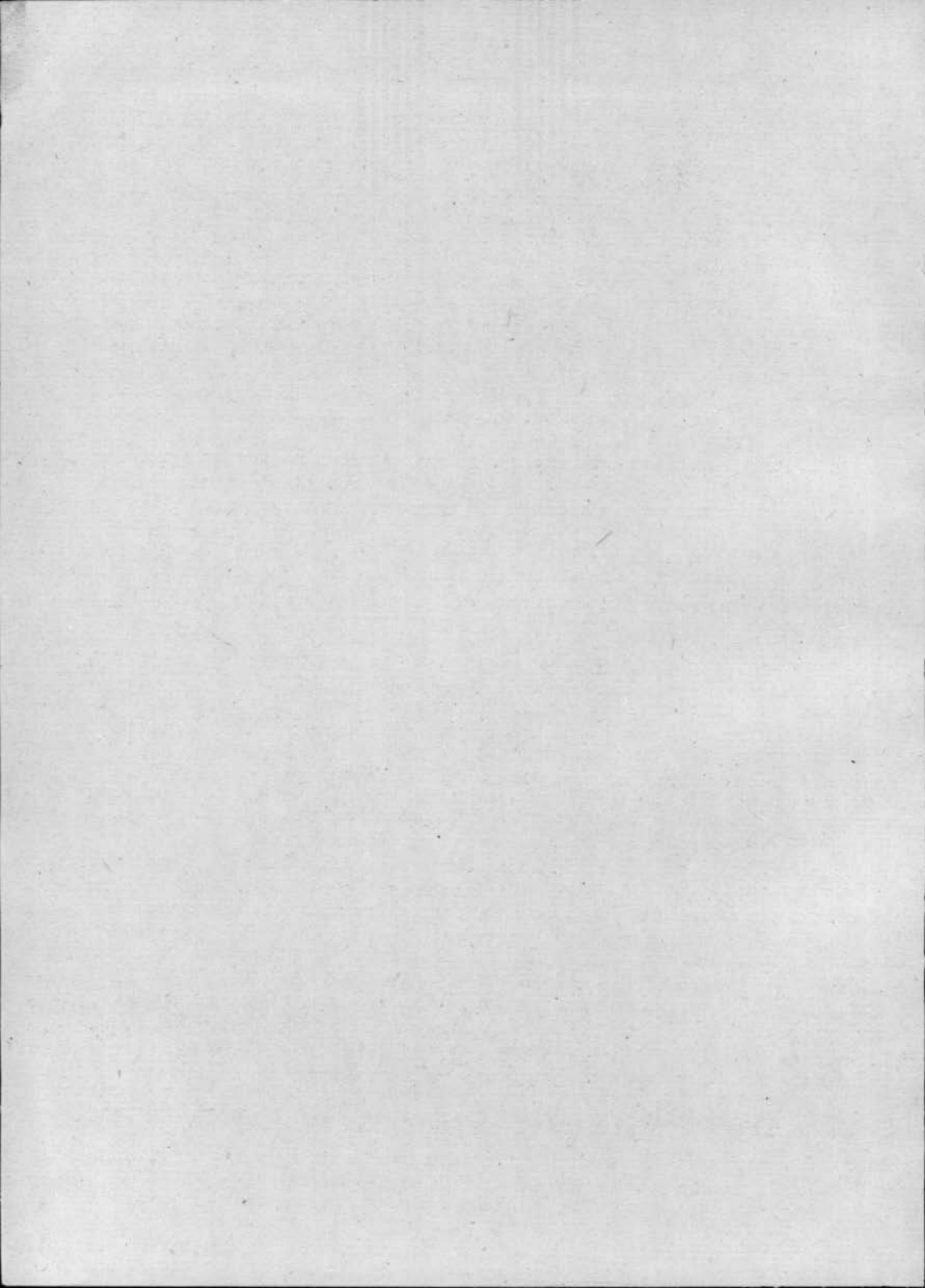


गणित किताब

कक्षा ७ (भाग १)





हाम्रो गणित किताब

कक्षा ७
(भाग १)

लेखक

डा. सन्तोषमान मास्के
श्री हरिनारायण उपाध्याय

प्रकाशक

श्री ५ को सरकार
शिक्षा मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानो ठिमी, भक्तपुर, नेपाल ।

© सर्वाधिकार प्रकाशक र जनक शिक्षा
सामग्री केन्द्र लिमिटेडमा
संस्करण: पहिलो: २०५२ (परीक्षणका रूपमा)
दोस्रो: २०५३ (परिमार्जित रूपमा)

परिमार्जन श्री मनराजा राजोपाध्याय
डा. हीराबहादुर महर्जन
श्री लेखनाथ पौड्याल
श्री वरुणप्रसाद वैद्य
श्री प्रमोद ढुङ्गेल
श्री नगेन्द्रमान श्रेष्ठ
श्री कोजी ताकाहासी

तपाईंले किनेको पुस्तकमा छपाइ प्रविधिसम्बन्धी कुनै
त्रुटि फेला परेमा अधिकृत वितरक साभा अथवा
स्थानीय विक्रेताबाट उक्त पुस्तक साट्न सक्नुहुनेछ ।

ज. शि. सा. के. लि.

मूल्य रु.

मुद्रक: जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लिमिटेड
सानो ठिमी, भक्तपुर ।

यस पुस्तकका सम्बन्धमा

परिवर्तित परिप्रेक्ष्य अनुसार शिक्षाका विविध पक्षहरूमा समयानुकूल संशोधन तथा परिवर्तनहरू गरिंदै छन् । विद्यार्थीहरूमा बहुदलीय प्रजातान्त्रिक मान्यता अनुरूपको उदात्त भावना प्रस्फुटन गराई राष्ट्रिय एकताको संवर्धन गर्दै सामाजिक सौजन्यलाई सुदृढ गराउने तथा देशनिर्माणका लागि आवश्यक हुने मानवीय साधनको विकास गर्ने एवं प्रतिस्पर्धात्मक परिस्थितिमा आफ्नो पहिचान कायम राखी सामञ्जस्यपूर्ण जीवनयापन गर्न सक्षम गराउने जस्ता शिक्षाका राष्ट्रिय उद्देश्य अनुसार विद्यालयस्तरका पाठ्यक्रम र पाठ्यपुस्तकहरूमा आवश्यक संशोधन, परिमार्जन तथा पुनरावलोकन गरी समयसापेक्ष र उद्देश्यानुकूल बनाउने कार्य अनुरूप यो पाठ्यपुस्तक प्रकाशन गरिएको छ ।

प्रस्तुत पाठ्यपुस्तक यस रूपमा आउनुभन्दा पहिले केही विद्यालयहरूमा परीक्षणका रूपमा लागू गरी सो क्रममा देखिएका कमीकमजोरीहरूलाई हटाई विभिन्न क्षेत्रबाट प्राप्त भएका सुझावहरूका आधारमा आवश्यक संशोधन एवं परिमार्जन समेत गरी राष्ट्रिय स्तरमा लागू गरिएको हो ।

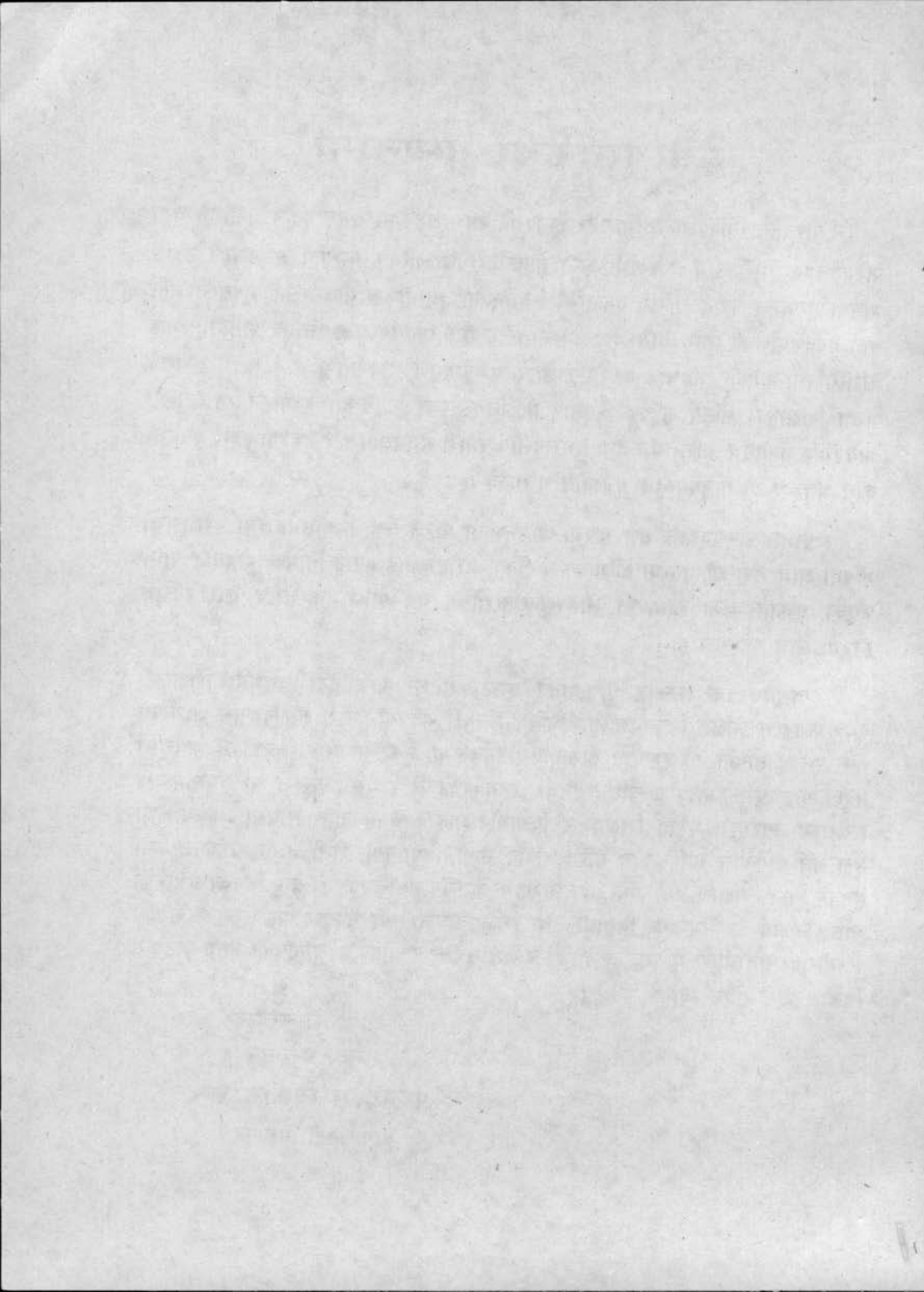
पाठ्यपुस्तक सिकाइ प्रक्रियाको एउटा साधन मात्र हुँदा अनुभवी शिक्षकले पाठ्यक्रमद्वारा लक्षित विषयवस्तुलाई विविध स्रोतको सदुपयोग गरी सफलरूपले अध्यापन गर्न सक्तछ तापनि सहजरूपमा हाम्रा विद्यालयहरूमा अन्य सहायक सामग्रीहरू उपलब्ध नहुँदा पाठ्यपुस्तकमाथि अत्यधिक निर्भर रहनुपरेको छ । यसैले प्रस्तुत पाठ्यपुस्तकलाई सकेसम्म स्तरयुक्त बनाई शिक्षक र विद्यार्थीहरूका आवश्यकतालाई अत्यधिक मात्रामा पूरा गर्न सकियोस भनी प्रयास गरिए तापनि भाषा, विषयक्रम, शैली जस्ता पाठ्यपुस्तकमा हुनपर्ने विविध पक्षमा अझै कमी/कमजोरीहरू हटाउन नसकिएका होलान्, तिनका सुधारका लागि शिक्षक, अभिभावक, विद्यार्थी तथा शिक्षाविद् लगायत सम्पूर्ण पाठकहरूको सक्रिय सहयोगको महत्त्वपूर्ण भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैका रचनात्मक सुझावका लागि पाठ्यक्रम विकास केन्द्र सदैव स्वागत गर्दछ ।

श्री ५ को सरंकार

शिक्षा मन्त्रालय

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानो ठिमी, भक्तपुर ।



विषयसूची

१. समूह	१-१४
समूहको पुनरावलोकन	१
समूहहरूको गणनात्मकता र बराबरी	४
समतुल्य समूहहरू	५
बराबर समूहहरू	६
विभिन्न प्रकारका समूहहरू	८
उप समूहहरू	९
सर्वव्यापक समूह	१२
२. पूर्णाङ्कख्या र पूर्णाङ्कहरू	१५-५३
अन्तरराष्ट्रिय पद्धतिका संस्थाहरूको नामाकरण	१५
लघुत्तम समापवर्त्य र महत्तम समापवर्तक	१८
पूर्णाङ्कहरू	२६
पूर्णाङ्कहरूको जोड र घटाउ	३१
पूर्णाङ्कहरूको गुणन र भाग	३९
कोष्ठहरू सहितको सरलीकरण	४६
पूर्णवर्गसङ्ख्या र वर्गमूल	४८
३. भिन्न र दशमलव	५४-७६
भिन्नहरूको जोड र घटाउ	५७
भिन्नहरूको गुणन र भाग	६०
अन्त, अन्तहीन र पुनरावृत्त दशमलवहरू	६५
भिन्न, दशमलव र सङ्ख्यारेखा	६८
दशमलव सङ्ख्यामा चार साधारण नियम	६९

४. अनुपात, समानुपात र प्रतिशत

अनुपात

७७-८९

समानुपात

७७

प्रतिशत

८०

नाफा र नोक्सान

८२

८६

५. तथ्याङ्क शास्त्र

स्तम्भ लेखाचित्र

९०-९०९

रेखाचित्र

९०

अवर्गिकृत आँकडाबाट

९४

मध्यक, मध्यिका र रीत पत्तालगाउने

९९

उत्तरमाला

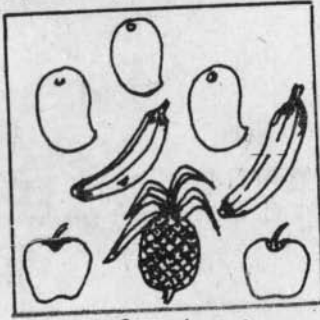
११०-१२५

1. समूह (Set)

1.1 समूहको पुनरावलोकन (Review of set)

अधिल्ला कक्षामा समूहसम्बन्धी पढिसकेका धारणाहरूको छलफल गरौं ।

(क) समूह (set) समूह वस्तुहरूको सङ्कलन हो ।



चित्र नं. 1.1

चित्र नं. 1.1 मा भएका फलफूलको सङ्कलन एउटा समूह हो । यो सङ्कलनमा भएका फलफूलहरू समूहका सदस्यहरू हुन् । यो सङ्कलनमा उस्तै प्रकारका एक वा एकभन्दा बढी फलफूल छन्, तर समूह बन्नका लागि एक जातको एउटा मात्र सदस्य भए पुग्दछ ।

(ख) समूहलाई जनाउने तरिकाहरू (Methods of Defining a Set)

समूहलाई तलका मध्ये कुनै पनि तरिकाले जनाउन सकिन्छ ।

(i) वर्णनात्मक विधि (Description Method)

कुनै समूहका सदस्यहरूको गुणलाई जनाएर समूहलाई व्यक्त गर्न सकिन्छ ।

उदाहरणका लागि -

$$V = \{ \text{अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरहरू} \}$$

यस तरिकाले समूह V लाई व्यक्त गर्दा यस समूहका सदस्यहरूको वर्णनबाट भएको छ ।

(ii) सूचीकरण विधि (Listing Method) :

कुनै समूहलाई व्यक्त गर्दा यसका सदस्यहरूलाई मझौला कोष्ठभित्र अर्धविराम (Comma) ले छुट्याएर लेखिन्छ ।

उदाहरणका लागि -

$$V = \{ a, e, i, o, u \} \text{ वा } V = \{ i, a, o, u, e \}$$

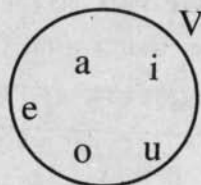
किनभने समूहका सदस्यहरू लेख्दा क्रम (Order) को कुनै महत्त्व हुँदैन ।

(iii) चित्रण विधि (Diagrammatic Method) :

कुनै समूहका सदस्यहरूलाई एउटा घेराभित्र राखेर समूह जनाउन सकिन्छ ।

उदाहरणका लागि-

चित्र नं. 1.2 मा समूह V लाई चित्रद्वारा अङ्कित गरिएको छ ।



चित्र नं. 1.2

(ग) समूहको सदस्यता (Membership of a Set)

घरपालुवा जनावरमध्ये गाई, कुकुर र खरायोको एउटा समूहमा कुकुर सदस्य हो, तर बिरालो हैन । यो भनाइलाई समूहको भाषामा यसरी लेखिन्छ ।

कुकुर \in { गाई, कुकुर, खरायो }

बिरालो \notin { गाई, कुकुर, खरायो }

(घ) सीमित र असीमित समूहहरू (Finite and Infinite Sets)

समूह $E = \{0, 2, 4, 6\}$ मा 4 ओटा सदस्यहरू छन् । यो समूहको सदस्य सङ्ख्या तोकेर भन्न सकिन्छ । यो एउटा सीमित समूह हो । कुनै समूहको सदस्य सङ्ख्या तोकेर भन्न सकिँदैन । जस्तै:- गन्तीका सङ्ख्याको समूह $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ । यस्तो समूहलाई असीमित समूह भनिन्छ ।

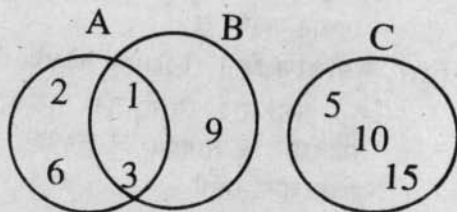
(ङ) छट्टिएका र अलगिएका समूहहरू (Overlapping and Disjoint Sets)

6 का गुणनखण्डहरूले बन्ने समूहलाई A ले र 9 का गुणनखण्डहरूले बन्ने समूहलाई B ले र 20 भन्दा सानो 5 का अपवर्त्यहरूका समूहलाई C ले जनाई सूचीकरण विधिबाट लेख्दा, क्रमशः

$$A = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$B = \{1, 3, 9\}$$

$$C = \{5, 10, 15\}$$



चित्र नं. 1.3

यहाँ सदस्यहरू 1 र 3 दुवै समूहहरू A र B मा पर्दछन् । त्यसैले 1 र 3 दुवै समूहका साझा सदस्यहरू हुन् । यी समूहहरूका साझा सदस्यहरू हुन् । यी समूहहरू A र B खण्टिएका (Overlapping) समूहहरू हुन् । तर C का सदस्यहरू समूहहरू A र B मा पर्दैनन् । त्यसैले A र C अलगिएका (Disjoint) समूहहरू हुन् । त्यस्तै B र C पनि अलगिएका समूहहरू हुन् ।

अभ्यास 1.1 (पुनरावलोकन अभ्यास)

- समूहसम्बन्धी तलका कुन-कुन भनाइहरू साँचा र कुन-कुन झुटा हुन् छुट्याऊ
 - अगला मान्छेको समूह राम्रोसँग परिभाषित समूह हो ।
 - अङ्ग्रेजी वर्णमालाका पहिला तीन अक्षरको समूहको एउटा सदस्य a पनि हो ।
 - 8 ले निशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूहमा 44 पर्दछ ।
 - S ले सार्काराष्ट्रभित्रका मुलुक जनाउँदछ र भारत $\notin S$
 - A ले 2 का गुणनखण्डहरू र B ले 3 का गुणनखण्डहरूको समूह जनाउँदछन् । A र B अलगिएका समूहहरू हुन् ।
 - 6 ले भाग जाने सङ्ख्याहरूको समूह सीमित समूह हो ।
 - 1000 भन्दा साना गन्तीका सङ्ख्याहरूको समूह असीमित समूह हो ।
 - नेपालका जिल्लाहरूको समूह राम्रोसँग परिभाषित समूह हैन ।
 - अङ्ग्रेजी वर्णमालाको पहिला 5 ओटा अक्षरको समूह A र स्वरहरूको समूह V छ भने A र V खण्टिएका समूह हुन् ।
- सूचीकरण विधि (Listing Method) बाट निम्न समूहहरू व्यक्त गर
 - W = हप्ताका बारहरूको समूह
 - E = दुईले निशेष भाग जाने 20 भन्दा साना पूर्ण सङ्ख्याको समूह
 - O = 3 ले भाग जाने 20 भन्दा साना पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह
- प्रश्न नं. 2 का कुन-कुन समूह खण्टिएका र कुन-कुन अलगिएका समूहहरू हुन् ?
- प्रश्न नं. 2 का खण्टिएका समूहहरूलाई चित्र बनाई व्यक्त गर ।
- P = {1, 2, 3, 4, 5} भए निम्न अनुसारका समूहहरू निर्माण गरी सूचीकरण विधिबाट व्यक्त गर
 - P का प्रत्येक सदस्यबाट 1 घटाउँदा बन्ने समूह

- (ख) P का प्रत्येक सदस्यलाई 3 ले गुन्दा बन्ने समूह
 (ग) P मा भएका जोर सङ्ख्याको समूह
 (घ) P मा भएका बिजोर सङ्ख्यामा 1 जोड्दा बन्ने समूह
 (ङ) P मा भएका 4 का गुणनखण्डको समूह

1.2 समूहहरूको गणनात्मकता र बराबरी (Cardinality and Equality of Sets)

1.2.1 समूहका सदस्यहरूको सङ्ख्या (Cardinal number of a set)



चित्र नं 1.4

चित्रमा केही घरपालुवा जनावरको समूह D देखाइएको छ । यो समूहमा गाई, कुखुरा र कुकुर गरेर जम्मा 3 सदस्यहरू छन् । यसलाई $n(D) = 3$ लेखिन्छ र पढ्दा समूह D को सदस्यसङ्ख्या (Cardinal number of the set D) = 3 भनेर पढिन्छ । यदि V ले अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरहरूको समूह जनाउँदछ र E ले 11 भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूह जनाउँदछ भने -

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

$$E = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

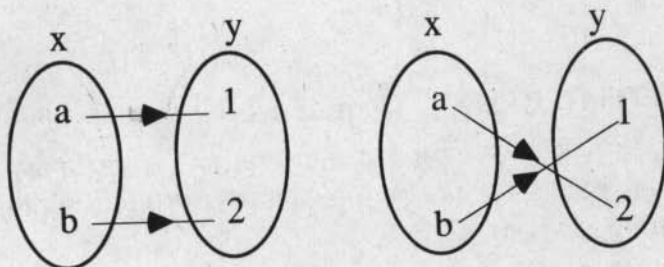
यी दुवै समूहहरूमा 5/5 ओटा सदस्यहरू छन् । यस तथ्यलाई $n(V) = n(E) = 5$ लेखिन्छ ।

नोट : n चिन्हले सदस्य सङ्ख्या जनाउँछ ।

असीमित समूहको सदस्य सङ्ख्या असीमित हुन्छ ।

1.2.2 समतुल्य समूहहरू (Equivalent Sets)

यदि दुईओटा समूहहरू A र B मा भएका सदस्यहरूको सङ्ख्या बराबर छ अथवा $n(A) = n(B)$ लेख्न सकिन्छ भने समूहहरू A र B लाई समतुल्य समूहहरू (Equivalent sets) भनिन्छ। यसलाई साङ्केतिक रूपमा $A \sim B$ गरेर लेखिन्छ। यदि दुईओटा समूहहरू समतुल्य छन् भने एउटा समूहका सदस्यलाई अर्को समूहको सदस्यसँग अलग-अलग तरिकाले जोडा मिलाउन सकिन्छ। चित्र नं. 1.5 मा समूह x का सदस्यहरूलाई समूह y का सदस्यसँग फरक-फरक तरिकाले जोडा मिलाएर देखाइएको छ।



चित्र नं. 1.5

यहाँ समूह x मा भएका प्रत्येक सदस्यलाई जुनसुकै तरिकाले मिलाउँदा पनि समूह y मा 1/1 जोडा पाएको छ। यहाँ समूहहरू x र y का सदस्यहरूका बीचमा एक-एक सङ्गतिता (One to one correspondence) रहेको छ। यदि कुनै दुई समूहहरूका सदस्यहरू बीचमा एक-एक सङ्गतिता छ भने ती दुई समूहहरू समतुल्य हुन्छन्। माथिको चित्रमा समूहहरू x र y आपसमा समतुल्य छन्। अथवा $x \sim y$ ।

उदाहरण - 1

यदि समूह $A = \{10 \text{ भन्दा साना गन्तीका सङ्ख्याहरू}\}$ र

समूह $B = \{18 \text{ भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याहरू}\}$ भए $n(A)$ र $n(B)$ पत्ता लगाऊ। के $n(A) = n(B)$ छ ?

उत्तर - यहाँ,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ र } n(A) = 9 \quad \text{(i)}$$

$$\text{र } B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\} \text{ र } n(B) = 9. \quad \text{(ii)}$$

(i) र (ii) बाट $n(A) = n(B)$

उदाहरण - 2

यदि समूह $P = \{ 5 \text{ का गुणनखण्डहरू} \}$ र

$Q = \{ 6 \text{ का गुणनखण्डहरू} \}$ भए,

$n(P)$ र $n(Q)$ पत्ता लगाऊ ।

उत्तर - यहाँ $P = \{ 1, 5 \}$ र $n(P) = 2$

फेरि $Q = \{ 1, 2, 3, 6 \}$ र $n(Q) = 4$

त्यसैले $n(Q)$ भन्दा सानो $n(P)$ छ ।

अर्थात् $n(P) < n(Q)$ हुन्छ ।

1.2.3 बराबर समूहहरू (Equal sets)

समूह A ले 1 भन्दा ठूला र 4 भन्दा साना गन्तीका सङ्ख्या जनाउँदछ र B ले सङ्ख्या 6 का रूढ गुणनखण्डहरूको समूह जनाउँदछ भने यी दुई समूहलाई सूचीकरण विधि (Listing Method) बाट लेख्दा

$A = \{ 2, 3 \}$ र $B = \{ 3, 2 \}$. हुन्छ ।

यहाँ दुवै समूह A र B का सदस्यहरूका बारेमा के भन्न सक्छौ ?

यदि दुईओटा समूहमा सदस्यहरू उति र उही छन् भने ती दुई समूहहरू बराबर हुन्छन् ।
माथिको उदाहरणमा समूहहरू A र B बराबर छन् । यसलाई $A = B$ लेखिन्छ ।

यदि $A = \{ 0, 2, 4, 6, 8 \}$ र $B = \{ a, b, c, d, e \}$ छ भने $n(A) = n(B) = 5$ हुन्छ तर $A = B$ हुँदैन । किन ? यो प्रश्नको उत्तर कक्षामा छलफल गर ।

अभ्यास 1.2

1. तलका समूहहरूबाट बराबर समूह छुट्याई '=' चिन्ह प्रयोग गरी लेख

$\{ 2, 4, 6 \}$, $\{ y, x \}$, $\{ 1, 3, 5, 7 \}$, $\{ x, y \}$, $\{ 1, 4, 9, 16 \}$,

{ अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरहरू }, $\{ 2, 6 \}$, $\{ 4, 2, 6 \}$, $\{ x, y, z \}$

{ पहिलो 4 ओटा बिजोर सङ्ख्याहरू } $\{ 9, 4, 1, 16 \}$,

$\{ a, e, i, o, u \}$

2. प्रश्न नं. 1 बाट समतुल्य समूहहरू छुट्याई '~' चिन्ह प्रयोग गरी लेख ।

3. तलका प्रत्येक समूहहरू मध्ये कुन-कुन बराबर समूह हुन् । बराबर भए '=' चिन्ह प्रयोग गरी लेख

(क) $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{8 \text{ भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरू}\}$

(ख) $C = \{p, q, r, s\}$, $D = \{r, q, p, s\}$

(ग) $E = \{A, B, C, D\}$, $F = \{a, b, c, d\}$

(घ) $G = \{GOLF\}$, $H = \{FLOG\}$

(ङ) $I = \{l, e, a, d\}$, $J = \{d, e, a, l\}$

(च) $K = \{M, I, S, H, P\}$, $L = \{MISHISSIPPI\}$ मा प्रयोग भएका अङ्ग्रेजी अक्षरहरू }

(छ) $M = \{\text{दुईले भाग जाने सङ्ख्याहरू}\}$, $N = \{\text{जोर सङ्ख्याहरू}\}$

(ज) $O = \{\text{बुध, शुक्र, पृथ्वी}\}$, $P = \{\text{शौरमण्डलका कुनै तीन ग्रहहरू}\}$

(झ) $Q = \{\text{बुध, शुक्र, पृथ्वी}\}$, $R = \{\text{शौरमण्डलका सूर्यको नजिकबाट क्रमशः आउने पहिला तीन ग्रहहरू}\}$

(ञ) $S = \{1, 5, 7, 9\}$, $T = \{10 \text{ भन्दा साना विजोर सङ्ख्याहरू}\}$

4. प्रश्न नं.3 का कुन-कुन समूह समतुल्य भएर पनि बराबर छैनन् ?

5. तलका समूहहरूलाई सूची विधिबाट लेख

(a) $A = \{1 \text{ देखि } 9 \text{ सम्मका पूर्णसङ्ख्याहरू}\}$

$B = \{10 \text{ र } 26 \text{ बीचमा रहेका जोर सङ्ख्याहरू}\}$

$C = \{1 \text{ देखि } 50 \text{ सम्मका } 7 \text{ का अपवर्त्यहरू}\}$

(b) $n(A)$, $n(B)$ र $n(C)$ कति-कति छ पत्ता लगाऊ ।

(c) कुन दुई समूहहरू समतुल्य वा बराबर छन् ?

6. यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ र $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ भएमा किन समूहहरू A र B बराबर हुन्छन् ? के $A = B$ हुन् ? $n(A)$ र $n(B)$ एउटै हुन आवश्यक छ ?

7. x ले सङ्ख्या 2310 का रूढ गुणनखण्डहरूको समूहलाई जनाउँदछ y ले 13 भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूको समूहलाई जनाउँछ भने,
- (क) समूह x र y का सदस्यहरूको बीचको एक-एक सङ्गतिता चित्र बनाएर देखाऊ ।
- (ख) के $x = y$ लेख्न सकिन्छ ?
8. $P = \{0,2,4,6\}$, $Q = \{2,4,6\}$, $R = \{0\}$, $S = \{ \}$,
 $T = \{2,6,4\}$, $U = \{1\}$ भए
- (क) प्रत्येक समूहको सदस्यसङ्ख्या लेख ।
- (ख) कुन-कुन समूहमा सदस्यसङ्ख्या बराबर छन् ?
- (ग) सदस्यसङ्ख्या बराबर भएर पनि आपसमा बराबर नहुने समूहहरू कुन-कुन हुन् ?
- (घ) कुन-कुन समूहहरू बराबर छन् ?

1.3 विभिन्न प्रकारका समूहहरू (Different Kinds of Sets)

1.3.1 खाली समूह (Empty Set)

शीलाले समूहहरू लेख्दै जाँदा एउटा यस्तो समूह लेखिछन् । $T = \{1000 \text{ वर्षभन्दा बढी बाँचेका मानिसहरूको समूह} \}$

यो समूहलाई सूचीकरण विधिद्वारा लेख्न खोज्दा शीलाले एउटा पनि त्यस्तो मानिस पाइनन्, जो 1000 वर्षभन्दा बढी बाँचेको होस् । त्यसैले उनले यसलाई यसरी लेखिन् -

$$T = \{ \}$$

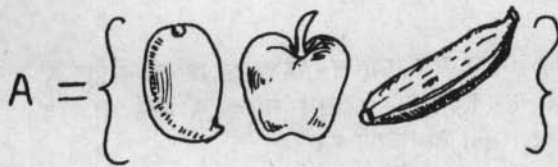
उनले बनाएको यो समूह खाली समूह हो । खाली समूहलाई \emptyset वा $\{ \}$ ले जनाइन्छ ।

अभ्यास 1.3

1. तलका समूहहरू कुन-कुन खाली समूहहरू (Empty sets) हुन् ? खाली समूहका अगाडि \emptyset राख्दै जाऊ

- (क) 3 र 4 को बीचमा रहेका पूर्णसङ्ख्याको समूह
- (ख) 3 र 4 को बीचमा रहेका सङ्ख्याहरूको समूह
- (ग) $\{0\}$
- (घ) 5 वर्षभन्दा सानो उमेरको कक्षा 7 मा पढ्ने विद्यार्थीको समूह
- (ङ) 2 ले भाग जाने बिजोर सङ्ख्याको समूह
- (च) जोर रूढ सङ्ख्याको समूह
- (छ) 13 र 15 का बीचमा रहेका रूढ सङ्ख्याको समूह

1.3.2 उप समूहहरू (Sub-sets)



चित्र नं.1.6 मा आँप, स्याउ र केराको समूह बनाएर देखाइएको छ । यो समूहका सदस्यहरूबाट शिवले निम्न अनुसार अन्य समूहहरू बनाउँदै गए ।

चित्र नं. 1.6











तिमीले पनि यो शिवले बनाएको समूहको सूचीमा चित्र नं.1.7 का सदस्यहरू प्रयोग गरी अझ बढी समूह बनाउन सक्छौ ?

$B = \left\{ \begin{array}{c} \text{आँप} \end{array} \right\} = \{ \text{आँप} \}$

यो एउटा सदस्य भएको समूह

$C = \left\{ \begin{array}{c} \text{स्याउ} \end{array} \right\} = \{ \text{स्याउ} \}$

यो एउटा सदस्य भएको समूह

- D = {  } = { केरा } यो एउटा सदस्य भएको समूह
- E = {   } = { आँप र स्याउ } यो दुईओटा सदस्य भएको समूह
- F = {   } = { आँप र केरा } यो दुईओटा सदस्य भएको समूह
- G = {   } = { केरा र स्याउ } यो दुईओटा सदस्य भएको समूह
- H = {    } = { आँप, केरा, स्याउ } यी तीनओटा सदस्य भएको समूह
- I = { } = यो सदस्य नभएको समूह

यो देखेर शिव छक्क परे । यहाँ बनेका सबै नयाँ समूहहरूलाई शिवले समूह A का उप-समूहहरू (Sub sets) भनेर नामकरण गरे । साथै समूह A लाई यी सबै समूहहरूका अतिरिक्त समूह (Super set) भनी नामकरण गरे ।

अब निम्न प्रश्नका जवाफ देऊ

- (क) के समूह B का सबै सदस्यहरू समूह A का पनि सदस्य हुन् ?
- (ख) के समूह E का सबै सदस्यहरू समूह A का पनि सदस्यहरू हुन् ?
- (ग) के समूह H का सबै सदस्यहरू समूह A का पनि सदस्यहरू हुन् ?
- (घ) के समूह I समूह A को उप-समूह हो ?

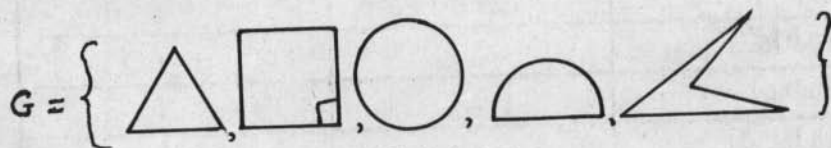
माथिको छलफलबाट के थाहा पायौ ?

- (क) यदि एउटा समूह P मा भएका सबै सदस्यहरू अर्को समूह Q का पनि सदस्यहरू हुन् भने P लाई Q को उप-समूह (Sub set) भनिन्छ र Q लाई P को अतिरिक्त समूह भनिन्छ । यसलाई $P \subseteq Q$ वा $Q \supseteq P$ लेखिन्छ ।

- (ख) यदि कुनै समूह P अर्को समूह Q को उप-समूह हो र $n(P) < n(Q)$ छ भने P लाई Q को उपयुक्त उप-समूह (Proper sub set) भनिन्छ र यसलाई $P \subset Q$ वा $Q \supset P$ लेखिन्छ। माथिको उदाहरणमा $E \subset A$ वा $A \supset E$
- (ग) यदि कुनै समूह P अर्को समूह Q को उप-समूह छ र $n(P) = n(Q)$ वा $n(P) = \infty$ छ भने P लाई Q को अनुपयुक्त उप-समूह (Improper sub-set) भनिन्छ। यसबाट हरेक समूह P यसैको उप-समूह हुन्छ भने खाली समूह कुनै पनि समूहको उप-समूह हुन्छ। अर्थात् $P \subset P$ र $\emptyset \subset P$ ।

अभ्यास 1.4

1. चित्र नं. 1.7 मा केही ज्यामितीय आकृतिहरूको समूह G दिइएको छ



चित्र नं. 1.7

अब, समूह G बाट बन्न सक्ने निम्न उप-समूहहरू बनाऊ

- (क) G का सदस्यहरू मध्येबाट तीनओटा भुजाले बनेको आकृतिको समूह
- (ख) G का सदस्यहरू मध्येबाट 4 ओटा भुजाले बनेको आकृतिको समूह
- (ग) G का सदस्यहरू मध्येबाट बक्ररेखाले बनेको आकृतिको समूह
- (घ) G का सदस्यहरू मध्येबाट बक्ररेखा र सरलरेखा दुवै मिली बनेको आकृतिको समूह
- (ङ) G का सदस्यहरू मध्येबाट 2 ओटा सदस्यहरू लिएर बन्न सक्ने सबै समूहहरू।
2. प्रश्न नं. 1 (ङ) मा जम्मा कतिओटा उप-समूहहरू बनेका छन् ?
3. यदि $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ छ भने तलका उप-समूहहरू बनाऊ र \subset वा \supset चिन्हहरूको प्रयोग गरी लेख
- (क) P का सदस्यहरू मध्येबाट रूढ सङ्ख्याको समूह Q
- (ख) P का सदस्यहरू मध्येबाट संयुक्त सङ्ख्याको समूह R

- (ग) P का सदस्यहरू मध्येबाट बिजोर सङ्ख्याको समूह S
 (घ) P का सदस्यहरू मध्येबाट जोर सङ्ख्याको समूह T
 (ङ) P का सदस्यहरू मध्येबाट 6 का गुणनखण्डको समूह U
4. समूह $P = \{a\}$ बाट बन्न सक्ने जति सबै उप-समूहहरू लेख ।
 5. समूह $Q = \{a, b\}$ बाट बन्न सक्ने जति सबै उप-समूहहरू लेख ।
 6. समूह $R = \{a, b, c\}$ बाट बन्न सक्ने जति सबै उप-समूहहरू लेख ।
 7. समूह $S = \{a, b, c, d\}$ बाट बन्न सक्ने जति सबै उप-समूहहरू लेख ।
 8. प्रश्न नं. 4 - 7 सम्मका उत्तरका आधारमा तलको तालिका भर

समूह	सदस्यसङ्ख्या	उप-समूहहरूको सङ्ख्या
{a}		
{a,b}		
{a,b,c}		
{a,b,c,d}		

1.3.3 सर्वव्यापक समूह (Universal Set)

क्रियाकलाप 1

पूर्णसङ्ख्याको समूह $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ लेऊ र निम्न समूहहरू बनाउँदै जाऊ ।

- (क) जोर सङ्ख्याको समूह E,
- (ख) बिजोर सङ्ख्याको समूह O,
- (ग) वर्ग सङ्ख्याको समूह S,
- (घ) घन सङ्ख्याको समूह C,
- (ङ) रूढ सङ्ख्याको समूह P,
- (च) गन्तीका सङ्ख्याहरूको समूह N.

समूह W र (क) देखि (च) सम्मका समूहहरूका बीचमा के सम्बन्ध देख्यौ ?

क्रियाकलाप 2

तिम्नो कक्षाका विद्यार्थीहरूको समूह $S = \{\text{कक्षा 7 का विद्यार्थीहरू}\}$ लेऊ ।

अब निम्न समूहहरू बनाउँदै जाऊ ।

(क) 'क' अक्षरबाट नाम सुरु भएका विद्यार्थीहरूको समूह

(ख) 'श' अक्षरबाट नाम सुरु भएका विद्यार्थीहरूको समूह

(ग) 'ज' अक्षरबाट नाम सुरु भएका विद्यार्थीहरूको समूह

(घ) 13 वर्ष पूरा भएका छात्रहरूको समूह

(ङ) 13 वर्ष पूरा भएका छात्राहरूको समूह

समूह S र (क) देखि (ङ) सम्मका समूहहरूका बीचमा के सम्बन्ध पायौ ?

समूहहरू W र S जस्ता समूहहरूलाई के भन्न सकिएला ?

कुनै एउटा निश्चित समूहमा छलफलभित्र आउन सक्ने सबै प्रकारका समूहहरू समावेश भएछन् भने सो निश्चित समूहलाई सर्वव्यापक समूह (Universal set) भनिन्छ । यस्तो समूहलाई U ले जनाइन्छ । माथिको क्रियाकलाप (1) र (2) का समूहहरू W र S ती छलफलका लागि सर्वव्यापक समूहहरू हुन् ।

उदाहरण 1

छात्रछात्राले कक्षामा छलफल गर्दैछन् ।

नरेन्द्र - "यसमा 3 का अपवर्त्यहरू 0 बाहेक सबै समावेश भएछन् ।"

मनोज - "अनि $1.5, \frac{3}{7}$ जस्तो सङ्ख्याहरू त समावेश भएका छैनन्, हैन ?"

सुनिता - "हो, तर रूढ सङ्ख्याहरू सबै यसमा आउँछन् ।"

अब उनीहरूको छलफलका लागि सर्वव्यापक समूह के हुन सक्छ ?

उनीहरूको भनाइ अनुसार सर्वव्यापक समूहमा 0, दशमलव र भिन्न बाहेक सबै सङ्ख्याहरू आउँछन् जस्तो देखिन्छ । त्यस कारणले उनीहरूको छलफलका लागि प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूह भन्न सकिन्छ ।

अभ्यास 1.5

1. सर्वव्यापक समूह $U=100$ भन्दा सानो पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह मानी तलका प्रश्नहरूको जवाफ देऊ:

(क) 6 को अपवर्त्यहरूको समूह M_6 लाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।

(ख) 8 को अपवर्त्यहरूको समूह M_8 लाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।

(ग) $n(M_6)$ र $n(M_8)$ तुलना गर ।

(घ) 2 को अपवर्त्यहरूको समूह M_2 र M_6 बीचको सम्बन्ध देखाऊ ।

(ङ) 24 को अपवर्त्यहरूको समूह M_{24} र M_6 बीचको सम्बन्ध र M_{24} र M_8 बीचको सम्बन्ध देखाऊ ।

2. छात्रछात्राको निम्न छलफल पढ:

रमिला - "यसमा M_3 विचार गर्दा $M_3 = \{0, 3, 6, 9\}$ हुन्छ ।"

विजय - "जोडसङ्ख्या 2, 4, 6, 8, 10 मात्र छन् ।"

संजय - "11 त समावेश हुँदैन, होइन र ?"

लक्ष्मी - "हो त, अनि उपयुक्त भिन्न पनि यसमा आउँदैन ।"

अब उनीहरूको छलफलका लागि सर्वव्यापक समूह के हुन सक्छ ?

2. पूर्णसङ्ख्याहरू र पूर्णाङ्कहरू

(Whole Numbers and Integers)

2.1 अन्तरराष्ट्रिय पद्धतिमा सङ्ख्याहरूको नामकरण

(Naming of Numbers in International System)

के तिमीलाई थाहा छ ?

(क) वि.सं. 2048 सालको जनगणना अनुसार नेपालको जनसङ्ख्या करीब 2,00,00,000 छ ।

(ख) सन् 1994 को विश्वकप फुटबल प्रतियोगिताको प्रत्यक्ष प्रसारण एशिया महादेशका करीब 1, 35, 67, 89, 643 मानिसहरूले टि.भि. बाट हेरेका थिए ।

सङ्ख्याहरू व्यक्त गर्न अथवा शब्दमा लेख्न र व्यक्त गर्नका लागि प्रयोग भएका यी अर्धविरामहरू तलको राष्ट्रिय पद्धति अनुसारको स्थानमान तालिकाको आधारमा हुन्छ ।

खरब		अरब		करोड		लाख		हजार				
दश	एकाइ	दश	एकाइ	दश	एकाइ	दश	एकाइ	दश	एकाइ	सय	दश	एकाइ
10^{12}	10^{11}	10^{10}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
					2	0	0	0	0	0	0	0
			1	3	5	6	7	8	9	6	4	3

विश्वका धेरैजसो मुलुकहरूमा सङ्ख्यालाई व्यक्त गर्न अन्तिम 3 अङ्कहरू अगाडि अर्धविराम राखिन्छ र त्यस अघिका 3/3 ओटा अङ्कहरूको अघि पनि अर्धविराम राखी क्रमशः थाउजेन्डस (Thousands), मिलियन्स (Millions), बिलियन्स (Billions) आदिमा नामकरण गरिन्छ । यसरी अर्धविरामको सट्टामा एकाइको स्थानबाट 3/3 अङ्कहरूको बीचमा केही ठाउँ छाडी लेख्ने प्रचलन अहिले अत्यधिक रूपमा रहेको छ । यस किसिमबाट सङ्ख्यालाई नामकरण गर्दा यसलाई शब्दमा व्यक्त गर्न तलको स्थानमान तालिका अनुसार गरिन्छ ।

Billions			Millions			Thousands			Hu ndr eds	Tens	Ones
Hundreds	Tens	Ones	Hundreds	Tens	Ones	Hundreds	Tens	Ones			
10^{11}	10^{10}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
3	2	0	5	7	9	5	0	1	6	2	9

तालिकामा लेखेको सङ्ख्यालाई अन्तरराष्ट्रिय पद्धतिमा

320, 579, 501, 629 वा

320, 579, 501, 629 गरेर लेखिन्छ र शब्दमा "Three hundred twenty billions, five hundred seventy nine millions, five hundred one thousand and six hundred twenty nine" लेखिन्छ ।

उदाहरण 1

सङ्ख्या 125 7403652 लाई अन्तरराष्ट्रिय पद्धति अनुसार (क) अर्धविराम प्रयोग गरी लेख (ख) विस्तारित रूपमा व्यक्त गर ।

उत्तर (क) 125 7403652 लाई अर्धविराम प्रयोग गरी लेख्दा -
1, 257, 403, 652 हुन्छ ।

(ख) 1257403652 लाई विस्तारित रूपमा व्यक्त गर्दा -
 $1 \times 10^9 + 257 \times 10^6 + 403 \times 10^3 + 652 \times 10^0$ हुन्छ ।
 $= 1 \times 1000000000 + 257 \times 1000000 + 403 \times 1000 + 652 \times 1$
हुन्छ ।

अभ्यास 2.1

1. तलका प्रत्येक सङ्ख्यालाई राष्ट्रिय पद्धतिमा र अन्तरराष्ट्रिय पद्धतिमा अर्धविराम प्रयोग गरी व्यक्त गर र शब्दमा लेख

(क) 305674

(ख) 3596876

(ग) 12579640312

(घ) 3000050201

(ङ) 75792402361

2. तल दिइएका प्रत्येक सङ्ख्यालाई अन्तरराष्ट्रिय पद्धतिमा विस्तारित रूप (Expanded form) मा व्यक्त गर

(क) सोह्र करोड पचासी लाख तीनसय त्रिपन्न

(ख) तेह्र अरब साठी

(ग) सत्र अरब साठी लाख तीन हजार एक

(घ) अठ्ठासी करोड तीन लाख दुई हजार पन्ध्र

3. राष्ट्रिय पद्धतिको

(क) कति लाखले अन्तरराष्ट्रिय पद्धतिमा मिलियन Million हुन्छ ?

(ख) कति लाखले अन्तरराष्ट्रिय पद्धतिमा बिलियन Billion हुन्छ ?

4. तलका सङ्ख्यालाई (क) अङ्कमा (ख) शब्दमा लेख

(क) Seven millions, four hundred seventy thousands and five hundred.

(ख) Fifteen billions, three hundred millions, three hundred twenty two thousands, eight hundred and sixteen,

(ग) One Hundred thirteen billions, two hundred ten millions seven hundred thousands and twenty eight.

(घ) One hundred billions, one hundred millions, one hundred thousands, one hundred and ten.

(ङ) Nine billions seven millions, three thousands and seven.

5. सूर्यदेखि विभिन्न ग्रहहरूसम्मको सबभन्दा बढी रहेको अवस्थाको दूरी तल दिइएको छ ।

बुध	-	69,800,000 km.
शुक्र	-	108,900,000 km.
पृथ्वी	-	152,100,000 km.
मङ्गल	-	249,200,000 km.
बृहस्पति	-	816,000,000 km.
शनि	-	1,508,800,000 km.

अरुण - 3,008,100,000 km.

वरुण - 4,544,900,000 km.

यम - 7,388,000,000 km.

यी दूरीलाई (क) नेपाली (ख) अङ्ग्रेजी शब्दमा लेख ।

2.2 लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple) र महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor)

(क) लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple)

4 र 6 का अपवर्त्यहरू (Multiples) लाई समूह बनाऊ

सङ्ख्या 4 को अपवर्त्यहरूको समूह

$$M_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, \dots\}$$

$$M_6 = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, \dots\}$$

अब सङ्ख्याहरू 4 र 6 का साझा अपवर्त्यहरू (Common Multiples) को समूह = {12, 24, 36, ...}

यो समूहको सदस्य 12 लाई सङ्ख्याहरू 4 र 6 को सबभन्दा सानो समापवर्त्य अथवा लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple) भनिन्छ । लघुत्तम समापवर्त्यलाई छोटकरीमा ल. स. लेखिन्छ ।

यी प्रत्येक समापवर्त्य (Common Multiple) लाई 4 र 6 ले छुट्टाछुट्टै भाग गरी हेर । यसबाट के निष्कर्ष निकाल्यौ ?

4 र 6 को लघुत्तम समापवर्त्य 12 लाई पनि 4 र 6 ले छुट्टाछुट्टै भाग गरी हेर ।

दुई वा दुई भन्दा बढी प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको लघुत्तम समापवर्त्य भनेको ती सङ्ख्याहरूले निःशेष भाग लाग्ने सबभन्दा सानो प्राकृतिक सङ्ख्या हो । Lowest Common Multiple लाई छोटकरीमा L. C. M. लेख्न सकिन्छ ।

उदाहरण 1

8 र 12 को लघुत्तम समापवर्त्य निकाल ।

तरिका 1- समूह बनाएर

8 का अपवर्त्यहरूको समूह

$$M_8 = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, \dots\}$$

12 का अपवर्त्यहरूको समूह

$$M_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, \dots\}$$

अब, 8 र 12 का समापवर्त्यहरूको समूह

$$= \{24, 48, 72, \dots\}$$

यहाँ सबभन्दा सानो समापवर्त्य = 24

त्यसैले लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) = 24.

तरिका 2 - रूढ खण्डीकरणबाट (By Prime Factorization)

तलका सङ्ख्याहरूका गुणनखण्डहरू

यहाँ 8 र 12 दुवैलाई भाग जाने रूढ सङ्ख्या निकाल्दा

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

त्यसैले ल. स = $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ हुन्छ ।

दुई सङ्ख्याका लागि मात्रै:

$\text{सङ्ख्याहरूको ल.स.} = \text{साझा गुणनखण्डहरू} \times \text{बाँकी गुणनखण्डहरू}$
--

तरिका 3 - छोटो तरिकाबाट

8 र 12 दुवैलाई भाग जाने रूढ सङ्ख्या पत्ता लगाई लगातार भाग गर्दै जाँदा

साझा गुणनखण्डहरू

$$2 \mid 8, 12$$

$$2 \mid 4, 6$$

2, 3 बाँकी गुणनखण्डहरू

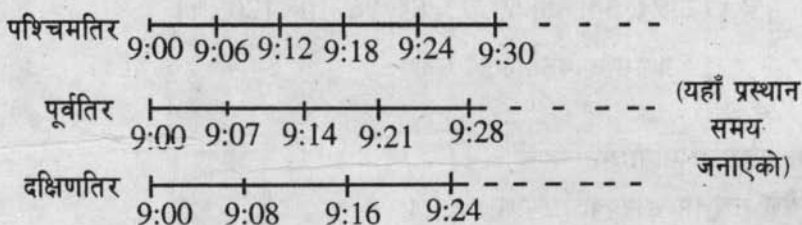
त्यसैले ल.स. = $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$.

उदाहरण 2

कुनै बस स्टपबाट पश्चिमतिर 6/6 मिनेटमा पूर्वतिर 7/7 मिनेटमा र दक्षिणतिर 8/8 मिनेटमा बसहरू प्रस्थान गरेछन् । बिहान 9 बजे तीनै दिशातिर एकै चोटि उक्त बसहरू प्रस्थान भए, अर्को पटक तीनै दिशातिर बस स्टपबाट एकसाथ बसहरू कुन समयमा प्रस्थान गर्छन् ?

उत्तर

प्रश्नानुसार चित्रबाट जनाउँदा:



अब 6, 7 र 8 को ल. स. निकाल्दा

$$2 \overline{) 6, 7, 8}$$

$$3, 7, 4$$

$$\text{ल.स.} = 2 \times 3 \times 7 \times 4 = 168$$

त्यसैले अर्को पटक तीनै दिशातिर एक साथ बसहरू प्रस्थान गर्ने समय 9 बजे देखि 168 मिनेट अर्थात् 2 घण्टा 48 मिनेट पछि हुन्छ ।

2 घण्टा 48 मिनेट भनेको ठीक समय बिहान 11:48 हो ।

अभ्यास 2.2 क

- तलका प्रत्येक सङ्ख्याहरूको अपभ्रन्त्यहरूको समूह बनाई लघुतम समापवर्त्य निकाल

(क) 3,5	(ख) 4,6	(ग) 6,8	(घ) 8,10
(ङ) 8,12	(च) 6,7	(झ) 9,12	(ज) 10,12
(झ) 6,9	(ञ) 12,16		
- तल दिइएका प्रत्येक सङ्ख्याहरूको लघुतम समापवर्त्य भाग बिधिबाट निकाल

(क) 6,9	(ख) 9,12	(ग) 10,14	(घ) 14,20
---------	----------	-----------	-----------

(ड) 20,24 (च) 24,30 (छ) 24,36 (ज) 21,28
 (झ) 6,9,12 (ञ) 20,24,30 (ट) 21,28,42 (ठ) 18,24,30.

3. तीनओटा घन्टीहरू क्रमशः 20 मिनेट, 24 मिनेट र 30 मिनेटको अन्तरमा बज्छन् । यदि 10 बजे बिहान एकैचोटि बजे भने दोस्रो पटक कति समयपछि एकै साथ बज्जलान् ?
4. तीन वटा संस्थाहरूमध्ये पहिलो संस्थाको बैठक हरेक 6 हप्तामा, दोस्रो संस्थाको बैठक हरेक 9 हप्तामा र तेस्रो संस्थाको बैठक हरेक 12 हप्तामा बस्तोरहेछ । यदि 2052 साल वैशाख 1 गते सबै संस्थाले एकैचोटि बैठक गरे भने दोस्रो एकैचोटि बैठक कति हप्तापछि बस्ला ?
5. कक्षा 7 का विद्यार्थीहरूलाई पहिलो 5/5 जनामा, त्यसपछि 7/7 जनामा र तेस्रो 10/10 जनामा समूह बनाएर सामुदायिक कार्य गर्न लगाउँदा विद्यार्थीहरू जम्मा कम्तिमा कति जना भए, प्रत्येक कार्यमा विद्यार्थीहरू बाँकी नहुने गरी समूह बनाउन सक्ला ?
6. एउटा मोटरसाइकल हरेक 800 km. हिँडेपछि पेट्रोल भर्नुपर्छ, 1000 km. पछि मोबिल फेर्नुपर्छ र 1500 km. पछि सर्भिसिङ्ग गर्नुपर्छ । यी कार्यहरू एकैपटक गरेपछि अब कति दूरी पार गरेपछि पुनः तीनै कार्यहरू एकैचोटि गर्नुपर्ला ?

(ख) महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor)

सङ्ख्या 12 का गुणनखण्डहरूको समूह

$$F_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

त्यस्तै 18 का गुणन खण्डहरू

$$F_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

अब 12 र 18 का साझा गुणनखण्डहरूको समूह = $\{1, 2, 3, 6\}$ हुन्छ ।

साझा गुणनखण्डहरूको समूहमा सबभन्दा ठूलो साझा गुणनखण्ड = 6

त्यसैले महत्तम समापवर्तक (म. स.) = 6

6 ले दिइएका सङ्ख्यालाई भाग गरी हेर के हुन्छ ?

दिइएका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको साझा गुणनखण्डहरूमध्ये सबभन्दा ठूलो गुणनखण्डलाई महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor) भन्दछन् । Highest Common Factor लाई छोटकरीमा H. C. F. लेख्न सकिन्छ ।

उदाहरण 3

12 र 30 लाई निशेष भाग जाने सबभन्दा ठूलो सङ्ख्या कति हुन्छ ?

तरिका 1- समूह बनाएर

12 लाई भाग जाने सङ्ख्याहरूको समूह

$$F_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

30 लाई भाग जाने सङ्ख्याहरूको समूह

$$F_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

साझा गुणनखण्डहरूको समूह = $\{1, 2, 3, 6\}$

सबभन्दा ठूलो साझा गुणनखण्ड = 6

त्यसैले, म.स. = 6

तरिका 2 - रूढ खण्डीकरणबाट (By Prime Factorization)

$$12 \text{ को रूढ खण्डीकरण गर्दा, } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$30 \text{ को रूढ खण्डीकरण गर्दा, } 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{साझा गुणनखण्ड} = 2 \times 3$$

त्यसैले म.स. = 6

म. स. = साझा गुणनखण्डहरूको गुणनफल

तरिका 3 - भाग विधिद्वारा (By Division Algorithm)

दिइएका सङ्ख्याहरूमध्ये सानोले ठूलोलाई भाग गर्दा,

$$12) 30 (2$$

$$\underline{24}$$

6 शेष

शेषले भाज्यलाई भाग गर्दा,

$$6) 12 (2$$

$$\underline{12}$$

×

यी प्रक्रियालाई एकै ठाउँमा राख्दा,

$$12) 30 (2$$

$$\underline{24}$$

$$6) 12 (2$$

$$\underline{12}$$

×

त्यसैले म.स. = 6

उदाहरण 4

18, 27 र 48 लाई निःशेष भाग जाने सबभन्दा ठूलो सङ्ख्या कुन हो ?

उत्तर यहाँ चाहेको सङ्ख्या 18, 27 र 48 को म.स. हुन्छ ।

$$\begin{array}{r} \text{त्यसैले,} \quad 18)27(1 \\ \underline{18} \\ 9)18(2 \\ \underline{18} \\ \times \end{array}$$

∴ 18 र 27 लाई भाग जाने सबभन्दा ठूलो सङ्ख्या = 9

अब 9 ले 48 बाँकी सङ्ख्यालाई भाग गर्दा,

$$\begin{array}{r} 9)48(5 \\ \underline{45} \\ 3)9(3 \\ \underline{9} \\ \times \end{array}$$

∴ 9 र 48 लाई भाग जाने सबभन्दा ठूलो सङ्ख्या = 3

त्यसैले, 18, 27 र 48 लाई निशेष भाग लाग्ने सबभन्दा ठूलो सङ्ख्या = 3

उदाहरण 5

35 ओटा स्याउ, 75 ओटा सुन्तला र 105 ओटा केरा बराबर बाँड्न सकिने सबभन्दा बढी केटाकेटीको सङ्ख्या कति हो र प्रत्येकले हरेक फलफूलहरू कति-कति पाउँछन् होला ?

उत्तर यहाँ चाहेको सङ्ख्या 35, 75 र 105 को म.स. हो ।

$$\begin{array}{r} \text{त्यसैले,} \quad 35)75(2 \qquad 5)105(21 \\ \underline{70} \qquad \qquad \underline{10} \\ 5)35(7 \qquad \qquad 5 \\ \underline{35} \qquad \qquad \underline{5} \\ \times \qquad \qquad \times \end{array}$$

त्यसैले बराबर बाँड्न सकिने सबभन्दा बढी केटाकेटीको सङ्ख्या = 5 र प्रत्येकले $35 \div 5 = 7$ स्याउ, $75 \div 5 = 15$ सुन्तला र $105 \div 5 = 21$ केरा पाउँछन् ।

(ग) दुई सङ्ख्याहरूको म. स. र ल. स. बीचको सम्बन्ध
(Relation Between H.C.F. and L.C.M.)

12 र 18 को म. स. र ल. स. निकाल्दा

12 र 18 को म. स. = 6

12)18(1

-12

6)12(2

-12

×

र 12 र 18 को ल. स. = $6 \times 2 \times 3$
= 36

6 | 12, 18
2, 3

यहाँ म. स. \times ल. स. = $6 \times 36 = 216$

र पहिलो सङ्ख्या \times दोस्रो सङ्ख्या = $12 \times 18 = 216$

\therefore म. स. \times ल. स. = पहिलो सङ्ख्या \times दोस्रो सङ्ख्या हुन्छ ।

उदाहरण 6

दुई सङ्ख्याहरूको ल.स. र म.स. क्रमशः 16 र 240 छ र एउटा सङ्ख्या 48 भए अर्को सङ्ख्या कति होला ?

उत्तर

अब म.स. \times ल.स. = पहिलो सङ्ख्या \times दोस्रो सङ्ख्या

$16 \times 240 = 48 \times$ दोस्रो सङ्ख्या

\therefore दोस्रो सङ्ख्या = $\frac{16 \times 240}{48} = 80$

अभ्यास 2.2 (ख)

1. तल दिइएका सङ्ख्याहरूको गुणनखण्डको समूह बनाएर म. स. पत्ता लगाऊ

(क) 6,9

(ख) 4,6

(ग) 8,12

(घ) 8,16

(ङ) 9,12

(च) 12,15

(छ) 15,20

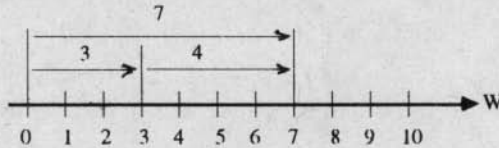
(ज) 18,22

2. तल दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण विधिबाट म.स. पत्ता लगाउ
- | | | | |
|-----------|------------|-----------|-----------|
| (क) 16,40 | (ख) 27,36 | (ग) 18,45 | (घ) 72,80 |
| (ङ) 24,60 | (च) 52,104 | (छ) 32,40 | (ज) 54,81 |
3. तल दिइएका सङ्ख्याहरूको म.स. भाग विधिबाट निकाल
- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|------------|
| (क) 24,36 | (ख) 42,54 | (ग) 12,32 | (घ) 50,75 |
| (ङ) 48,72 | (च) 35,56 | (छ) 64,80 | (ज) 99,165 |
4. 180 ओटा स्याउ र 240 ओटा सुन्तला बढीमा कति जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्न सकिनेला ? र प्रत्येकले हरेक फलफूल कति-कति वटा पाउँछन् होला ?
5. 225 केरा, 250 अम्बा र 300 नास्याती बढीमा कति जना विद्यार्थीलाई बराबर गरी बाँड्न सकिन्छ र प्रत्येकले हरेक फलफूल कति-कति वटा पाउँछन् होला ?
6. दुई सङ्ख्याको ल.स. 60, म.स. 5 र एउटा सङ्ख्या 15 भए अर्को सङ्ख्या कति होला ?
7. दुई सङ्ख्याको गुणनफल 216 र म.स. 6 रहेछ भने ल.स. कति होला ?
8. एउटा टोकरीमा 208 ओटा स्याउ र अर्को टोकरीमा 247 ओटा स्याउ छन् । प्रत्येक टोकरीबाट एक पटकमा सबभन्दा धेरै स्याउ कतिओटा झिकदा दुवै टोकरी एकसाथ रिक्तो होलान् ?
9. एउटा गाग्रीमा 30 लिटर र अर्कोमा 55 लिटर दूध रहेछ । प्रत्येक गाग्री खाली गर्ने गरी नाप्न सकिने सबभन्दा ठूलो नापको अर्को भाँडोमा कति लिटर अटाउला ?
10. एउटा आयताकार चोकको लम्बाइ 21 m. र चौडाइ 9 m. रहेछ । यसलाई एक साइजका वर्गाकार ढुङ्गा छान्नुपर्दा सबभन्दा ठूलो साइजको वर्गाकार ढुङ्गाको लम्बाइ कति होला ?

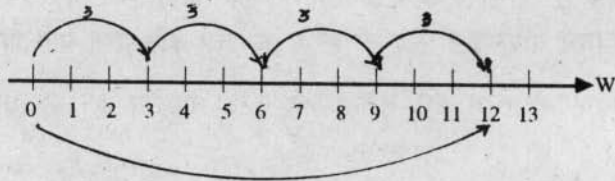
2.3 पूर्णाङ्कहरू (Integers)

2.3.1 पूर्णाङ्कहरूको परिचय (Introduction to Integers)

पूर्णसङ्ख्याहरूको समूह $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ बाट कुनै दुईओटा सङ्ख्याहरू लेऊ। मानौं ती सङ्ख्याहरू 3 र 4 हुन्। अब 3 र 4 को जोडफल 7 हुन्छ र गुणनफल 12 हुन्छ। यी दुई क्रियालाई सङ्ख्यारेखामा देखाउँदा



चित्र नं. 2.1 (क)

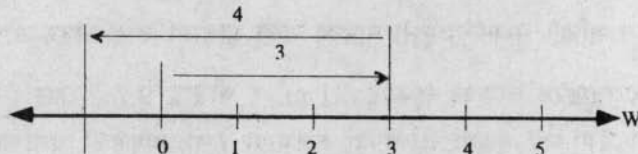


चित्र नं. 2.1 (ख)

यहाँ योगफल जनाउने सङ्ख्या 7 र गुणनफल जनाउने सङ्ख्या 12 दुवै पूर्णसङ्ख्या नै हुन्। त्यसरी नै पूर्णसङ्ख्याका अरू सदस्यहरूको जोड वा गुणनक्रियाबाट आउने सङ्ख्या पनि पूर्णसङ्ख्या नै हुन्छ। तर घटाउक्रिया गर्दा के हुन्छ होला ?

$3 - 4 = ?$ भन्न सक्छौ ?

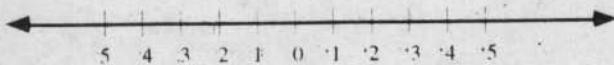
यसलाई सङ्ख्यारेखाबाट हेरौं।



चित्र नं. 2.2

सङ्ख्यारेखाबाट 3 - 4 भनेको 0 भन्दा 1 एकाइ कम हुने सङ्ख्या भन्ने धाहा हुन्छ । यसलाई - 1 लेखौं । त्यसरी नै $3 - 5 = - 2$ (0 भन्दा दुई एकाइ कम) ; $3 - 6 = - 3$ इत्यादि । यसरी हेर्दा हाम्रो सङ्ख्यारेखाको विस्तार 0 देखि बायाँतिर हुँदै जान्छ ।

ऋणात्मक पूर्णाङ्क शून्य धनात्मक पूर्णाङ्क



चित्र नं. 2.3

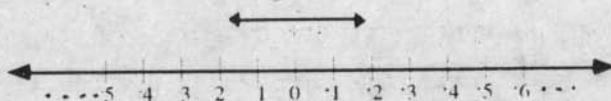
सङ्ख्याहरूको यो समूह $Z = \{ \dots - 2, - 1, 0, 1, 2, \dots \}$ लाई पूर्णाङ्कको समूह भनिन्छ र पूर्णाङ्कको समूहमा घटाउक्रिया परिभाषित हुन्छ । सङ्ख्यारेखामा 0 लेखेको स्थानलाई उद्गम बिन्दु (Point of Reference) भनिन्छ । उद्गम बिन्दुबाट दायाँतिरका सङ्ख्याहरू (+) धनात्मक (Positive) छन् । यी सङ्ख्याहरूको समूह $Z^+ = \{ +1, +2, +3, +4, \dots \}$ लाई धनात्मक पूर्णाङ्कहरू (Positive Integers) को समूह भनिन्छ । उद्गम बिन्दुबाट बायाँतिरका सङ्ख्याहरू ऋणात्मक (-) छन् । यी सङ्ख्याहरूको समूह $Z^- = \{ -1, -2, -3, -4, \dots \}$ लाई ऋणात्मक पूर्णाङ्कहरू (Negative Integers) को समूह भनिन्छ । त्यसैले

पूर्णाङ्कहरूको समूह भन्नाले धनात्मक पूर्णाङ्कहरू, ऋणात्मक पूर्णाङ्कहरू र 0 (शून्य) समावेश भएको सङ्ख्याहरूको समूहलाई बताउँछ ।

2.3.2 पूर्णाङ्कहरूको तुलना (Comparing Integers)

बायाँ

दायाँ



चित्र नं. 2.4

सङ्ख्यारेखा (चित्र नं. 2.4) मा कुनै एउटा पूर्णाङ्क लेऊ । मानौं त्यो पूर्णाङ्क - 2 रहेछ । अब - 2 बाट बायाँतिरको सङ्ख्या - 3 र दायाँतिरको सङ्ख्या -1 का बारेमा के भन्न सक्छौ ? सङ्ख्यारेखाबाट के तिमी तलको अभिव्यक्ति लेख्न सक्छौ ?

$$\dots - 5 < - 4 < - 3 < - 2 < - 1 < 0 < + 1 < + 2 < + 3$$

सङ्ख्यारेखामा पूर्णाङ्कको दायाँतिरको सङ्ख्या त्यो पूर्णाङ्कभन्दा ठूलो र बायाँतिरको सङ्ख्या त्यो पूर्णाङ्कभन्दा सानो हुन्छ ।

यदि 'a' र 'b' कुनै दुईओटा पूर्णाङ्कहरू हुन् भने

$$a > b$$

$$a < b$$

$$a = b$$

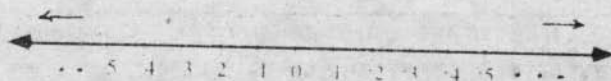
तीन वटा तथ्यमध्ये कुनै उउटा मात्र सम्भव हुन्छ । जस्तै $a = -4$ र $b = -5$ भए $a > b$ मात्रै हुन्छ ।

कुनै दुई वटा सङ्ख्याहरू लिई माथिका तथ्यहरूमा छलफल गर । त्यसैले $a > b$, $a < b$ र $a = b$ तथ्यहरूलाई Law of Trichotomy भनिन्छ ।

2.3.3 पूर्णाङ्कको विमुख (Opposite of an Integer)

बायाँ

दायाँ

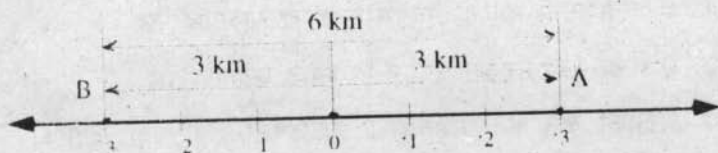


चित्र नं. 2.5

पूर्णाङ्क + 3 ले उदगम बिन्दुबाट 3 एकाइ दायाँतिर रहेको पूर्णाङ्कलाई बताउँछ भने - 3 ले उदगम बिन्दुबाट 3 एकाइ बायाँतिरको सङ्ख्या जनाउँछ । यहाँ पूर्णाङ्कहरू + 3 र - 3 लाई एक-आपसमा विमुख पूर्णाङ्कहरू (Opposite Integers) भनिन्छ ।

कुनै पूर्णाङ्क उदगम बिन्दुबाट जति दूरीमा रहेको छ ठीक त्यति नै दूरीमा रहेको अर्को विपरीत दिशाको पूर्णाङ्कलाई त्यो पूर्णाङ्कको विमुख भनिन्छ । a को विमुख पूर्णाङ्क - a हुन्छ ।

2.3.4 पूर्णाङ्कहरूको निरपेक्षमान (Absolute Value of Integers)



चित्र नं. 2.6

चित्र नं. 2.6 मा बिन्दु A, उदगम बिन्दुबाट 3 km. दायाँतिर पर्छ। त्यसैले, A को स्थिति जनाउन हामी + 3 लेख्दछौं र B को स्थिति 3 km. बायाँ जनाउन - 3 लेख्दछौं। अब निम्न प्रश्नको जवाफ देऊ -

- उदगम बिन्दुबाट A कति टाढा छ ?
- उदगम बिन्दुबाट B कति टाढा छ ?
- A र B बीचको दूरी कति कि.मि. छ ?

यदि हामीले दिशा (Direction) लाई वास्ता गरेनौं भने + 3 र - 3 दुवैको साङ्खिक मान (Numerical Value) 3 हुन्छ र माथिको उदाहरणमा 3 km. दायाँ र 3 km. बायाँ बीचको दूरी 6 km. हुन्छ। अथवा + 3 र - 3 को निरपेक्षमान (Absolute Value) 3 नै हुन्छ। यसलाई हामी $|+3| = 3$ र $|-3| = 3$ लेखिन्छ।

(क) कुनै पनि पूर्णाङ्कको निरपेक्षमान भन्नाले त्यो पूर्णाङ्कको साङ्खिक मान बताउँछ।

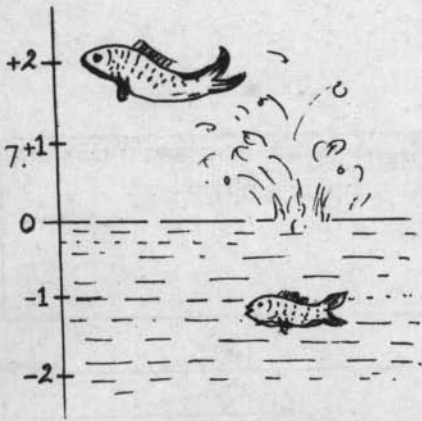
$$\text{त्यसैले, } |+a| = |-a| = a.$$

(ख) शून्य 0 न त धनात्मक हुन्छ, न त ऋणात्मक नै।

$$\text{त्यसैले } |0| = 0 \text{ (शून्य) नै हुन्छ।}$$

अभ्यास 2.3

- सङ्ख्यारेखाको आधारमा निम्न प्रश्नको जवाफ देऊ
 - 0 भन्दा सानो सङ्ख्या उद्गम बिन्दुबाट कतापट्टि पर्छ ?
 - 0 भन्दा ठूला सङ्ख्या उद्गम बिन्दुबाट कतापट्टि पर्छ ?
 - दिइएको कुनै सङ्ख्याभन्दा 1 एकाइ सानो सङ्ख्या दिइएको सङ्ख्याबाट कतापट्टि पर्छ ?
 - दिइएको कुनै सङ्ख्याभन्दा 1 एकाइ ठूलो सङ्ख्या दिइएको सङ्ख्याको कतापट्टि रहेको हुन्छ ?
 - 6 र -5 मा कुन ठूलो ?
 - 5 र 3 को बीचमा कतिओटा पूर्णाङ्कहरू छन् ?
- सङ्ख्यारेखाको आधारबाट 3 एकाइ बायाँतिर रहेका सङ्ख्या लेख
 - 5
 - 2
 - 0
 - 1
 - 3
- तलका दुई सङ्ख्याहरूको बीचमा मिल्ने गरी '>' वा '<' चिन्ह राख
 - +7 -3
 - +3 +5
 - 3 -2
 - 5 -7
 - 5 +2
 - +5 -5
- 13 र +3 का बीचमा कतिओटा पूर्णाङ्कहरू हुन्छन् ?
- तल दिइएका प्रत्येक पूर्णाङ्कको विमुख पूर्णाङ्क लेख
 - 13
 - +7
 - 4
 - 2
 - +5
- तल दिइएका प्रत्येक पूर्णाङ्कको निरपेक्षमान लेख
 - +9
 - +7
 - 2
 - 0
 - 5
 - +3



एउटा पोखरीको माछा पानीको सतहबाट 1 m. तल थियो । माछा उफेर पानीको सतहमाथि 2 m. सम्म पुगेछ भने माछाले जम्मा कति m. उफ्रेछ ?

चित्र नं. 2.7

8. हरि एउटा सालिकबाट सीधा 4 km. पूर्व पर्ने स्थानमा हरि छ राम 2 km. पश्चिममा पर्ने स्थानमा छ ।
- (क) यो जानकारीलाई सङ्ख्यारेखामा पूर्णाङ्कको प्रयोग गरी देखाऊ ।
- (ख) राम र हरि बीचको दूरी कति छ ? पूर्णाङ्कको निरपेक्षमानको आधारमा पत्ता लगाऊ ।

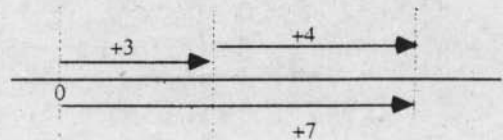
2.4 पूर्णाङ्कहरूको जोड र घटाउ (Addition and Subtraction of Integers)

2.4.1 पूर्णाङ्कहरूको जोड (Addition of Integers)

पूर्णाङ्कहरूको जोड सम्बन्धी तलका उदाहरण हेर-

उदाहरण 1

$$\begin{aligned} (+3) + (+4) &= + (3 + 4) \\ &= +7 \end{aligned}$$



उदाहरण 2

$$\begin{aligned} (+3) + (+4) &= + (3 + 4) \\ &= +7 \end{aligned}$$



उदाहरण 1 र 2 का आधारमा

चित्र नं. 2.8

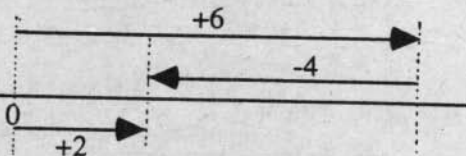
यदि जोड्नु पर्ने पूर्णाङ्कहरूमा एउटै चिन्ह (Sign) छ भने पूर्णाङ्कको निरपेक्षमान जोडेर जोडफलमा पूर्णाङ्कको साझा चिन्ह एक ठाउँमा मात्र राखिन्छ ।

$$\text{जस्तै- } (+a) + (+b) = + (a + b)$$

$$(-a) + (-b) = - (a + b)$$

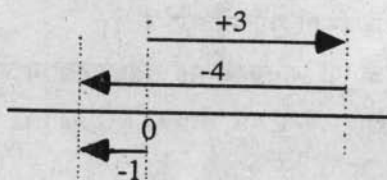
उदाहरण 3

$$\begin{aligned} (+6) + (+4) &= + (6 + 4) \\ &= +10 \end{aligned}$$



उदाहरण 4

$$\begin{aligned} (+3) + (-4) &= - (4 - 3) \\ &= -1 \end{aligned}$$



चित्र नं. 2.9

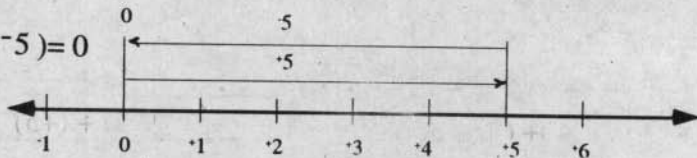
उदाहरण 3 र 4 का आधारमा

यदि जोड्नु पर्ने पूर्णाङ्कहरू विपरीत चिन्हका छन् भने पूर्णाङ्कको निरपेक्षमान लिई ठूलोबाट सानो पूर्णाङ्कको निरपेक्षमान घटाई घटाउफलमा ठूलो निरपेक्षमान भएको पूर्णाङ्कको चिन्ह राख्नुपर्छ । जस्तै- $(+a) + (-b) = + (a - b)$ जसमा $a > b$

$$(+a) + (-b) = - (b - a) \text{ जसमा } b > a$$

उदाहरण 5

$$(+5) + (-5) = 0$$



चित्र नं. 2.10

एउटै परिमाणका धनात्मक र ऋणात्मक पूर्णाङ्कको योगफल शून्य हुन्छ । यहाँ 0 लाई जोडको एकात्मक अंश (Identity Element) भनिन्छ । $+5$ र -5 लाई एक अर्काको विपरीत परिमाण (Inverse Quantity) भनिन्छ । त्यस्तै $+a$ र $-a$ एक अर्काका उल्टा परिमाण हुन् ।

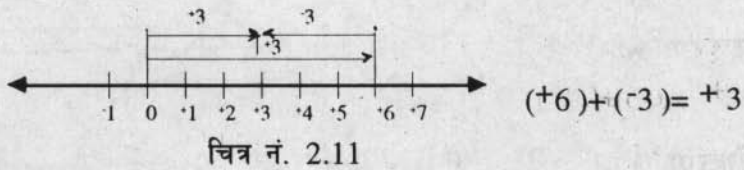
उदाहरण 6

योगफल निकाल

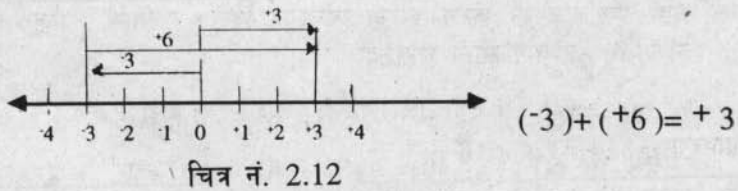
(क) $+6$ र -3 (ख) -3 र $+6$

उत्तर सङ्ख्यारेखामा प्रस्तुत गर्दा-

(क)



(ख)



माथिको उदाहरणबाट

पूर्णाङ्कहरूको जोडफल निकाल्दा पूर्णाङ्कहरूलाई जुनसुकै क्रममा राख्दा पनि एउटै परिणाम आउँछ । यस नियमलाई विनियम नियम (Commutative Law) भनिन्छ । जस्तै- $a + b = b + a$ जहाँ a र b पूर्णाङ्कहरू हुन् ।

उदाहरण 7

$+3$, -4 र $+5$ को जोडफल निकाल

यहाँ, $(+3) + (-4) + (+5)$

$$= [(+3) + (-4)] + (+5)$$

$$= (-1) + (+5)$$

$$= +4.$$

वा $(+3) + (-4) + (+5)$

$$= (+3) + [(-4) + (+5)]$$

$$= (+3) + (+1)$$

$$= +4.$$

माथिको उदाहरणबाट

तीनओटा पूर्णाङ्कहरू जोड्दा पहिला जुनसुकै 2 ओटा पूर्णाङ्क जोडेर प्राप्त जोडफलमा तेस्रो पूर्णाङ्क जोड्न सकिन्छ । पूर्णाङ्कको जोड सम्बन्धी यो नियमलाई संधीय नियम (Associative Law) भनिन्छ । जस्तै-

$$(a + b) + c = a + (b + c) = (a + c) + b. \text{ जहाँ } a, b, c \text{ पूर्णाङ्कहरू हुन् ।}$$

उदाहरण 8

जोड

(क) $(-60) + (+40)$ (ख) $(-30) + (-20)$

उत्तर

(क) यहाँ पूर्णाङ्कहरू फरक-फरक चिन्हका छन् । त्यसैले पूर्णाङ्कको निरपेक्षमान निकालेर ठूलोबाट सानो घटाउँदा-

$$|-60| = 60, |+40| = 40 \text{ र } 60 - 40 = 20 \text{ हुन्छ ।}$$

$$\text{त्यसैले, } (-60) + (+40) = -(60 - 40) = -20 \text{ उत्तर}$$

(ख) यहाँ, $(-30) + (-20) = -(30 + 20) = -50$.

2.4.2 पूर्णाङ्कहरूको घटाउ (Subtraction of Integers)

पूर्णाङ्कको घटाउ सम्बन्धी तलका उदाहरण हेर-

उदाहरण 1

निम्न मा मिल्ने सङ्ख्या राख

(क) $+ (+5) = +2$

(ख) $+ (-5) = +2$

यहाँ,

(क) को मा आउने सङ्ख्या निम्न घटाउको हिसाबबाट निकाल्न सकिन्छ ।

(समीकरण सम्झाऔं)

$$+ (+2) - (+5) =$$

मा आजने सङ्ख्या दायाँ चित्र अनुसार

$$+ (+2) + (-5) = \square$$

गरी जोडको हिसाबबाट पनि निकाल्न सकिन्छ ।

$$\text{त्यसैले } (+2) - (+5) = (+2) + (-5) = -3$$

यस्तै गरी घटाउनलाई जोडमा रूपान्तर गरेर हिसाब गर्न सकिन्छ ।

यहाँ, “ +5 घटाउनु ” र “ -5 जोड्नु ” एउटै कुरा हो ।

(ख) को \square मा आजने सङ्ख्या पनि निम्न घटाउको हिसाबबाट निकाल्न सकिन्छ ।

$$(+2) + (+5) = \square$$

\square मा आजने सङ्ख्या दायाँको चित्र अनुसार

$$(+2) + (+5) = \square$$

गरी जोडको हिसाबबाट पनि निकाल्न सकिन्छ ।

त्यसैले,

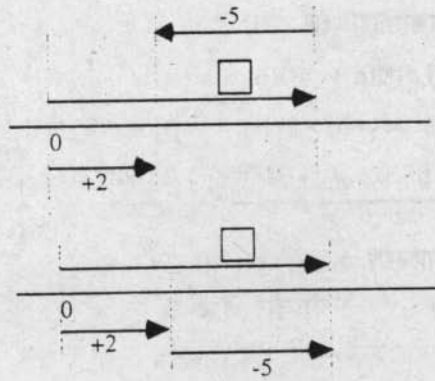
$$(+2) - (-5) = (+2) + (+5) = +7$$

यहाँ, “ -5 घटाउनु ” र “ +5 जोड्नु ” एउटै कुरा हो ।

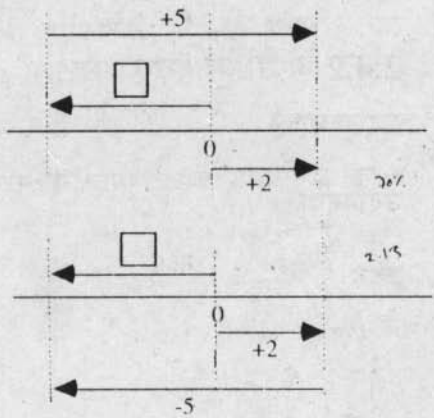
त्यसकारणले,

$$(+a) - (+b) = (+a) + (-b)$$

$$(+a) - (-b) = (+a) + (+b)$$



चित्र नं. 2.13



चित्र नं. 2.14

2. 4.3 सरलीकरण

तलको उदाहरण हेर

उदाहरण 1

$$6 - 9 = (+6) - (+9) = (+6) + (-9) = -3$$

यसमा 6 - 9 ले घनात्मक सङ्ख्याहरूको फरक जनाउँछ,

$$\text{तर } 6 - 9 = (+6) + (-9)$$

भएको हुनाले यसलाई 6 र -9

को योगफल भन्न पनि मिल्छ ।

$6 - 9 = (+6) - (+9) : \text{फरकको रूपमा}$ $= (+6) + (-9) : \text{योगको रूपमा}$

उदाहरण 2

$$4 - 7 + 9 - 5 \dots\dots (1)$$

लाई पूर्णङ्कहरूको योगफलको रूपमा लेख्दा

$$4 + (-7) + 9 + (-5) \dots\dots (2)$$

भएकाले (1) को हिसाब

$$4, -7, 9 \text{ र } -5 \text{ को योगफल हुन् ।}$$

त्यसैले माथि (2) को हिसाबबाट कोष्ठ र त्यसको अगाडि भएको जोडको चिन्ह निकालेपछि (1) को हिसाब हुन्छ ।

उदाहरण 3

तलको हिसाबलाई कोष्ठ विना लेखी सरल गर-

$$(क) (+(-4) - 8(-6)) \quad (ख) -17 - (-25) + 3 + (-14)$$

उत्तर

$$(क) 9 + (-4) - 8 - (-6)$$

$$= 9 - 4 - 8 + 6$$

$$= 5 - 8 + 6$$

$$= -3 + 6$$

$$= 3$$

$$(ख) -17 - (-25) + 3 + (-14)$$

$$= -17 + 25 + 3 - 14$$

$$= 8 + 3 - 14$$

$$= 11 - 14$$

$$= -3$$

अभ्यास 2.4

1. पूर्णाङ्क सम्बन्धी तलका भनाइहरू ठीक वा बेठीक के हुन् छुट्याऊ

- (क) शून्य एउटा ऋणात्मक सङ्ख्या हो ।
 (ख) उद्गम बिन्दुबाट बायाँतिरका पूर्णाङ्कहरू ऋणात्मक हुन्छन् ।
 (ग) उद्गम बिन्दुबाट बायाँतिर रहेको सङ्ख्याहरूमा उद्गम बिन्दुको नजिकको सङ्ख्या टाढाको भन्दा ठूलो हुन्छ ।
 (घ) 0 सबभन्दा सानो पूर्णाङ्क हो ।
 (ङ) दुईओटा पूर्णाङ्कको योगफल सधैं पूर्णाङ्क नै हुन्छ ।
 (च) दुईओटा पूर्णाङ्कको अन्तर सधैं पूर्णाङ्क नै हुन्छ ।
 (छ) 0 लाई जोडको एकात्म तत्व (Identity Element) भनिन्छ ।
 (ज) $(+a) - (-b) = -(-b) - (+a)$ सत्य हुन्छ ।

2. पूर्णाङ्कका तलका क्रियाहरूलाई सङ्ख्यारेखामा देखाऊ

- (क) $(+5) + (+3)$ (ख) $(+6) + (-4)$ (ग) $(-4) - (+3)$
 (घ) $(-5) + (-4)$ (ङ) $(-2) - (-3)$ (च) $(+3) + (-3)$
 (छ) $(+5) - (+3)$ (ज) $(-8) + (+6)$ (झ) $(+5) - (-7)$

3. तलको जोड तथा घटाउ तालिका भर

(क)	+	-2	-1	0	+1	+2
	-2					
	-1					
	0					
	+1					
	+2					

चित्र नं. 2.15 (क)

(ख)	-	-2	-1	0	+1	+2
	-2					
	-1					
	0					
	+1					
	+2					

चित्र नं. 2.15 (ख)

4. खाली ठाउँमा मिल्दो पूर्णाङ्क र दिशा भर

- (क) पूर्व 2 + पश्चिम 3 =
- (ख) पश्चिम 3 + पश्चिम 2 =
- (ग) पश्चिम 4 + पूर्व 4 =
- (घ) पश्चिम 5 + पूर्व 2 =
- (ङ) पूर्व 4 + = पूर्व 2
- (च) पूर्व 5 + = पूर्व 7
- (छ) तल 3 + तल 4 =
- (ज) तल 3 + माथि 4 =
- (झ) दायाँ 6 + बायाँ 4 =
- (ञ) + बायाँ 3 = दायाँ 1

5. एउटा कमिला उद्गम बिन्दुबाट 3 cm पूर्वतिर गई 2 cm पश्चिमतिर लाग्छ ।

(क) यो जानकारीलाई सङ्ख्यारेखामा देखाऊ ।

(ख) कमिला उद्गम बिन्दुबाट कति टाढा पुगेछ ?

6. दुईओटा पूर्णाङ्कहरूको जोडफल -119 छ र ठूलो पूर्णाङ्क 177 भए सानो पूर्णाङ्क कति होला ?

7. दुईओटा पूर्णाङ्कहरूको फरक -17 छ । एउटा +2 भए अर्को कति होला ?

8. काठमाडौँमा 2051 साल पौष 3 गते न्यूनतम तापक्रम -2°C र अधिकतम तापक्रम 12°C रह्यो ।

(क) अधिकतम र न्यूनतम तापक्रममा कति फरक रहेछ ?

(ख) सो दिन न्यूनतम तापक्रम 2° अनुमान गरेको भए न्यूनतम तापक्रममा कति डिग्री फरक हुन्छ ?

9. सरल गर (संघीय नियम प्रयोग गरी)

(क) $(-20) + (+60) - (-30)$ (ख) $(+70) + (-25) - (-65)$

(ग) $(-45) + (+25) + (-20)$ (घ) $(+45) + (-146) + (+209)$

10. घटाउ क्रिया गर र विभिन्न नियम लागू भएको छ वा छैन हेर

(क) $(+5) - (+2)$ र $(+2) - (+5)$

(ख) $(-7) - (-2)$ र $(-2) - (-7)$

(ग) $(-5) - (+2)$ र $(+2) - (-5)$

11. सरल गर

(क) $-21 + 5 + (-32) + 7$

(ख) $-4 + 14 + 25 + (-52)$

(ग) $-13 + (+7) - 8 + 14 - 40$

(घ) $3 - 8 - 11 + 40 - 21 + 5 - 32$

2.5 पूर्णाङ्कहरूको गुणन र भाग

(Multiplication and Division of Integers)

2.5.1 पूर्णाङ्कहरूको गुणन (Multiplication of Integers)

पूर्णाङ्कको गुणन सम्बन्धी तलका उदाहरणहरू हेर -

उदाहरण 1

एकजना मानिस 60 मिटर प्रति मिनेट (60m/min) को गतिमा पूर्वतिर गइरहेको छ। पूर्वतिरको दूरीलाई धनात्मक र पश्चिमतिरको दूरीलाई ऋणात्मक मानेर पत्ता लगाऊ।

(क) 5 मिनेटपछिको मानिसको स्थिति

(ख) 5 मिनेटअघिको मानिसको स्थिति

उत्तर

यस प्रश्नको उत्तरलाई सङ्ख्यारेखाबाट समाधान गर्दा-

5 मिनेटअघि (+ 60m/min × (-5 min) = -300m)	0 अहिले	5 मिनेटपछि (+ 60m/min × +5 min = + 300)
--	------------	---

चित्र नं. 2. 16

(क) 5 मिनेटपछिको स्थिति = (+60m)/min × (+5min)
= +300 m वा 300 m पूर्व

(ख) 5 मिनेटअघि भन्नाले
-5 मिनेट बुझाउँदछ = + 60m/min × (- 5 min)
त्यसैले 5 मिनेट = - 300 m (पश्चिम)
अघिको स्थिति

माथिको उदाहरणबाट

दुईओटा धनात्मक पूर्णाङ्कको गुणनफल धनात्मक हुन्छ । जस्तै- $+60 \times +5 = +300$
एउटा धनात्मक र अर्को ऋणात्मक पूर्णाङ्कको गुणनफल ऋणात्मक हुन्छ । जस्तै-
 $(+60) \times (-5) = -300$

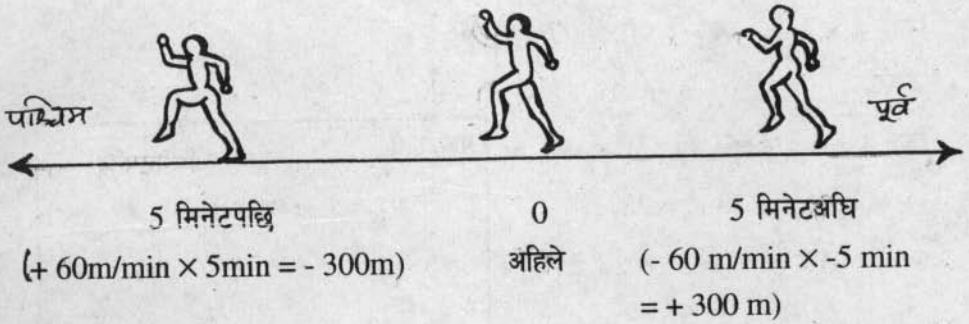
उदाहरण 2

एउटा मानिस 60 m/min का दरले पश्चिमतिर गइरहेको छ । पश्चिमतिरको गतिलाई ऋणात्मक र पूर्वतिरको गतिलाई धनात्मक मानेर पत्ता लगाऊ ।

(क) 5 मिनेटपछिको मानिसको स्थिति

(ख) 5 मिनेटअघिको मानिसको स्थिति

यस प्रश्नको उत्तर पनि सङ्ख्यारेखाबाटै खोजौं-



चित्र नं. 2.17

(क) 5 मिनेटपछि भन्नाले समय धनात्मक हुन्छ । मानिस पश्चिमतिर (ऋणात्मक दिशातिर) गइरहेछ । त्यसैले गति ऋणात्मक हुन्छ ।

त्यसैले, 5 मिनेटपछिको मानिसको स्थिति

$$= - 60\text{m/min} \times (+ 5\text{min})$$

$$= -300\text{m वा } 300\text{m पश्चिम}$$

(ख) 5 मिनेटअघि भन्नाले समय ऋणात्मक हुन्छ । त्यसैले 5 मिनेट

अघिको स्थिति $= - 60\text{m/min} \times (- 5\text{min})$ -यहाँ पनि गति ऋणात्मक नै छ ।

$$= + 300 \text{ m वा } 300\text{m पूर्व}$$

त्यसैले उदाहरण 2 का आधारमा

दुईओटा ऋणात्मक पूर्णाङ्कको गुणनफल धनात्मक हुन्छ ।

$$\text{जस्तै- } 60 \times (-5) = + 300$$

एउटा ऋणात्मक र अर्को धनात्मक पूर्णाङ्कको गुणनफल ऋणात्मक हुन्छ ।

$$\text{जस्तै- } 60 \times (+5) = - 300$$

उदाहरण 3

गुणनफल निकाल

(क) 4×7 (ख) $(-4) \times (-7)$

उत्तर

(क) $4 \times 7 = (+4) \times (+7)$
 $= +28 = 28$

(ख) $(-4) \times (-7) = +28$
 $= 28$

याद गरौ

$(+) \times (+) \rightarrow (+)$

$(-) \times (-) \rightarrow (+)$

उदाहरण 4

गुणनफल निकाल

(क) $3 (-5)$

(ख) $(-3) 5$

उत्तर

(क) $3 (-5) = (+3) \times (-5)$
 $= -15$

(ख) $(-3) 5 = (-3) \times (+5)$
 $= -15$

याद गरौ

$(+) \times (-) \rightarrow (-)$

$(-) \times (+) \rightarrow (-)$

(ख) पूर्णाङ्कहरूको गुणन क्रियामा विनियम नियम (Commutative Law) मान्य हुने भएकोले $(-5) \times (+3) = (+3) \times (-5) = -15$ हुन्छ ।

उदाहरण 5

$+3 \times (+1) = +3$ र $-3 \times +1 = -3$ हुन्छ ।

कुनै पनि पूर्णाङ्क a लाई $+1$ ले गुणन गर्दा a हुन्छ । त्यस्तै $+1$ लाई a ले गुणन गर्दा a नै हुन्छ । अर्थात् $a \times (+1) = a = (+1) \times a$ । यहाँ $+1$ लाई गुणनको एकात्म अंश (Identity Element) भनिन्छ ।

उदाहरण 6

गुणन मर

$$(+2) \times (-3) \times (-5).$$

यहाँ, $(+2) \times (-3) \times (-5) = [(+2) \times (-3)] \times (-5)$ + 2 र -3 को गुणनफल

$$= (-6) \times (-5) \quad \text{पहिला निकाल्दा}$$

$$= +30.$$

यहाँ, $(+2) \times (-3) \times (-5) = (+2) \times [(-3) \times (-5)]$ -3 र -5 को गुणनफल

$$= +2 \times (+15) \quad \text{पहिला निकाल्दा}$$

$$= +30$$

तसर्थ $[(+2) \times (-3)] \times (-5) = (+2) \times [(-3) \times (-5)]$

यहाँ त दुवै तरिकाबाट एउटै उत्तर आयो किन ?

तीनओटा पूर्णाङ्कको गुणनफल निकाल्दा पहिला कुनै दुईओटाको गुणनफल निकालेर बाँकी रहेको पूर्णाङ्कले गुणन गर्न सकिन्छ। अर्थात्

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ जसमा a, b, c पूर्णाङ्कहरू हुन्। गुणनको यो नियमलाई संधीय नियम (Associative Property) भनिन्छ।

उदाहरण 7

गुणन मर

$$(a) \quad (+5) \times [(+7) + (+2)] \quad (b) \quad (+5) \times (+7) + (+5) \times (+2)$$

यहाँ, (a) $(+5) \times [(+7) + (+2)]$

$$= +5 \times +9 = +45$$

(b) यहाँ, $(+5) \times (+7) + (+5) \times (+2)$

$$= (+35) + (+10)$$

$$= 45$$

तसर्थ $(+5) \times (+7) + (+2) = (+5) \times (+7) + (+5) \times (+2)$

कुनै पनि पूर्णाङ्क a, b र c का लागि $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ गुणनको यो नियमलाई पद विच्छेदन नियम (Distributive Law) भनिन्छ।

उदाहरण 8

गुणनफल निकाल

(क) $12 \div 4$

(ख) $(-12) \div (-4)$

उत्तर

(क) $12 \div 4 = (+12) \div (+4)$

$= +3$

$= 3$

याद गरौ

$(+) \div (+) \rightarrow (+)$

$(-) \div (-) \rightarrow (+)$

(ख) $(-12) \div (-4) = +3$

$= 3$

उदाहरण 9

गुणनफल निकाल

(क) $12 \div (-4)$

(ख) $(-12) \div 4$

उत्तर

(क) $12 \div (-4) = (+12) \div (-4)$

$= -3$

(ख) $(-12) \div 4 = (-12) \div (+4)$

$= -3$

याद गरौ

$(+) \div (-) \rightarrow (-)$

$(-) \div (+) \rightarrow (-)$

2.5.2 पूर्णाङ्कहरूको भाग (Division of Integers)

गुणन र भाग एक अर्काका विपरीत क्रिया (Inverse Operation) हो । भाग सम्बन्धी पूर्णाङ्कका चिन्हका नियम र पूर्णाङ्कको गुणन सम्बन्धी चिन्हका नियम एउटै रहन्छ ।

अब तलका उदाहरणहरू हेरः

(क) $(+5) \times (+3) = +15$

त्यसैले $(+15) \div (+5) = +3$

र $(+15) \div (+3) = +5$ हुन्छ ।

(ख) $(+5) \times (-3) = -15$

त्यसैले $(-15) \div (+5) = -3$

र $(-15) \div (-3) = +5$ हुन्छ ।

(ग) $(-5) \times (-3) = +15$

त्यसैले $(+15) \div (-5) = -3$

र $(+15) \div (-3) = -5$ हुन्छ ।

(क) धनात्मक पूर्णाङ्कलाई धनात्मक पूर्णाङ्कले भाग गर्दा भागफल धनात्मक हुन्छ ।

(ख) धनात्मक पूर्णाङ्कलाई ऋणात्मक पूर्णाङ्कले भाग गर्दा भागफल ऋणात्मक हुन्छ ।

(ग) ऋणात्मक पूर्णाङ्कलाई ऋणात्मक पूर्णाङ्कले भाग गर्दा भागफल धनात्मक हुन्छ ।

अभ्यास 2.5

1. गुणन गर

(क) $(-3) \times (+5)$ (ख) $(+7) \times (-4)$ (ग) $(+6) \times (+8)$

(घ) $(-8) \times (-2)$ (ङ) $(-16) \times (-45)$ (च) $(-17) \times (+13)$

2. गुणनको संधीय नियम प्रयोग गरी दुई तरिकाले पूर्णाङ्कहरूको गुणन गर

(क) $(+5) \times (+3) \times (+2)$ (ख) $(+3) \times (+5) \times (-4)$

(ग) $(-7) \times (+6) \times (-2)$ (घ) $(-14) \times (-10) \times (+12)$

(ङ) $(-13) \times (-4) \times (-25)$ (च) $(-16) \times (-13) \times (-5)$

3. सरल गर (गुणनको पद विच्छेदन नियम प्रयोग गरेर)

(क) $(+5) \times [(-3) + (+6)]$ (ख) $(-2) \times [(+3) - (-5)]$

(ग) $(-2) \times [(-2) + (-3)]$ (घ) $[-15 + +12] \times (+6)$

(ङ) $[(-5) + (-5)] \times (+7)$ (च) $(-3) \times [(-3) + (-3)]$

4. तलको गुणन तालिका भर

×	-2	-1	0	+1	+2
-2					
-1					
0					
+1					
+2					

5. प्रश्न नं.4 को तालिकाको आधारमा गुणनको विनियम नियमका 5 जोटा उदाहरण लेख ।
6. मान वस्तु लगाऊ
 (क) $(-12) \div (+3)$ (ख) $(-15) \div (+5)$ (ग) $(-16) \div (+4)$
 (घ) $(-24) \div (-8)$ (ङ) $(-42) \div (-14)$ (च) $(-96) \div (-24)$
7. दुईजोटा पूर्णाङ्कको गुणनफल $+15$ छ । तिनीहरूमध्ये एउटा -5 भए अर्को कति होला ?
8. गुणनफल $+36$ बनाउन -9 लाई कतिले गुन्नुपर्छ ?
9. दुईजोटा पूर्णाङ्कको गुणनफल -21 छ र यदि एउटा पूर्णाङ्क 7 भए अर्को कति होला ?

2.6 कोष्ठहरू सहितको सरलीकरण र क्रमबद्धता (Order of Operation and Simplification Including Brackets)

सरलीकरण सम्बन्धी तलका नियमहरू याद मर

- | |
|--|
| <p>(क) जोड, घटाउ तथा गुणन मिश्रित समस्यामा पहिला गुणनको काम गर्ने ।
 (ख) जोड, घटाउ तथा भाग क्रिया समावेश भएका समस्याको समाधान गर्दा सबभन्दा पहिला भाग क्रिया गर्ने ।</p> |
|--|

(ग) गुणन र भाग समावेश भएका समस्यामा पहिला भाग क्रिया गर्ने वा बायाँबाट दायाँतिर सरल गर्दै जाँदा जुन चिन्ह अगाडि आउँछ त्यही क्रिया पहिला गर्ने ।

(घ) विभिन्न प्रकारका कोष्ठहरू समावेश भएका समस्यामा क्रमशः सानो कोष्ठ (), मझौला कोष्ठ { } र ठूलो कोष्ठ [] भित्रका क्रियाहरू गर्दै जाने ।

तलका उदाहरणहरू हेर

उदाहरण 1

सरल गर

$$6 - [6 - 5\{3 - 2 \div (3 - 2)\}]$$

यहाँ, $6 - [6 - 5\{3 - 2 \div (3 - 2)\}]$

$$= 6 - [6 - 5\{3 - 2 \div 1\}]$$

$$= 6 - [6 - 5\{3 - 2\}]$$

$$= 6 - [6 - 5 \times 1]$$

$$= 6 - [6 - 5]$$

$$= 6 - 1$$

$$= 5 \text{ उत्तर}$$

उदाहरण 2

सरल गर

$$6 + [2 - 7] \{13 - 14 \div (4 - 6)\}$$

यहाँ, $6 + [2 - 7] \{13 - 14 \div (4 - 6)\}$

$$= 6 + [2 - 7] \{13 - 14 \div (-2)\}$$

$$= 6 + [2 - 7] \{13 + 7\}$$

$$= 6 + [2 - 7] \{20\}$$

$$= 6 + [2 - 140]$$

$$= 6 + [-138]$$

$$= 6 - 138$$

$$= -132$$

उदाहरण 3

50 को 5 भागको 1 भागबाट 23 घटाइ -6 ले गुन्दा कति हुन्छ ?

यहाँ, दिइएको समस्यालाई गणितीय भाषामा उल्था गर्दा -

$$\{(50 \div 5) - 23\} \times (-6)$$

अब सरल गर्दा -

$$\{10 - 23\} \times (-6)$$

$$= (13) \times (-6)$$

$$= 78 \text{ उत्तर}$$

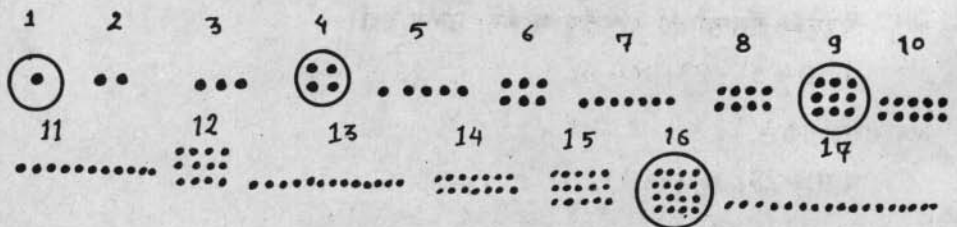
अभ्यास 2.6

1. $20 - \{8 - (15 + 2)\}$
2. $17 - \{19 - 2(1 - 3)\}$
3. $-9 + [17 - \{4 + (5 - 2)\}]$
4. $[-10 \div \{20 - 3(7 - 2)\}] - 6$
5. $16 \div \{6 + (17 - 19) - 8\} + 4$
6. $4[190 - \{7 - 8(9 - 2)\}]$
7. $11 \times 11 \div [-11 \div \{12 - (13 - 12)\}]$
8. 15 को 4 गुणाको 6 भागको 1 भागबाट 3 घटाई 7 ले गुणन गर्दा कति हुन्छ ?
9. 16 को एक चौथाइलाई 3 ले गुनेर 5 जोड्दा कति हुन्छ ?
10. 5 को 7 गुणाबाट 30 घटाई 7 ले गुनेर 4 जोड्दा कति हुन्छ ?
11. 11 को 6 गुणालाई 22 ले भाग गरेर 2 घटाई 9 ले गुणा गर्दा कति हुन्छ ?
12. 72 मा यसैको एक चौथाइ जोडेर आएको योगफलमा 72 को 8 भागको 1 भाग र 1 जोड्दा कति हुन्छ ?

2.7 पूर्णवर्गसङ्ख्या र तिनीहरूको वर्गमूल (Perfect Square Numbers and Their Square Roots)

2.7.1 पूर्णवर्गसङ्ख्या (Perfect Square Numbers)

तलको चित्र राम्रोसँग हेर र यसको तल सोधिएका प्रश्नको जवाफ देऊ ।



चित्र नं. 2.1

- (क) चित्रमा गोलोभिन्न राखिएका सङ्ख्या जनाउने बिन्दुहरूको ढाँचा (Dot Pattern) अरू सङ्ख्याको बिन्दुहरूको ढाँचाभन्दा किन फरक छ ?
- (ख) चित्रमा भएका अरू सङ्ख्याहरूलाई गोलोभिन्न राखेको सङ्ख्याको जस्तै- बिन्दुहरूको ढाँचामा मिलाउन सकिन्छ ? कसरी ?
- (ग) गोलोभिन्न राखिएको बिन्दुहरूको ढाँचाले के को आकृति बनाएका छन् ?
- (घ) गोलोभिन्न राखिएका बिन्दुहरूको ढाँचामा एक लहरको बिन्दुको सङ्ख्या थाहा भए पुरै ढाँचामा कति ओटा बिन्दुहरू छन् भनेर कसरी थाहा पाउन सकिन्छ ?
- (ङ) के गोलोभिन्न परेका बिन्दुहरूको ढाँचाले जनाउने सङ्ख्यालाई $1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4$ गरेर लेख्न सकिन्छ ?
- (च) प्रश्न (ङ) बाट आउने सङ्ख्याको लहरमा अरू $3/3$ ओटा यस्तै सङ्ख्याहरू थप्न सक्छौं ?

यदि कुनै सङ्ख्यालाई बिन्दुहरूको ढाँचामा व्यक्त गर्दा बिन्दुहरूलाई एउटा वर्गाकार आकृतिमा मिलाउन सकिन्छ भने त्यस्ता सङ्ख्यालाई पूर्णवर्गसङ्ख्या भनिन्छ ।

(अथवा)

यदि कुनै सङ्ख्यालाई दुईओटा उस्ताउस्तै गुणनखण्डहरूको गुणनफलमा व्यक्त गर्न सकिन्छ भने त्यस्ता सङ्ख्यालाई पूर्णवर्गसङ्ख्या भनिन्छ । जस्तै- $49 = 7 \times 7$

उदाहरण 1

125 र 121 पूर्णवर्गसङ्ख्याहरू हुन् वा हैनन् छुट्टयाऊ ।

उत्तर

दिइएका सङ्ख्यालाई रूढ खण्डीकरण विधिबाट गुणनखण्डहरू निकाल्दा

$$125 = 5 \times 5 \times 5$$

$$\text{र } 121 = 11 \times 11$$

त्यसैले 121 पूर्णवर्गसङ्ख्या हो तर 125 हैन ।

उदाहरण 2

125 लाई कुन सानो सङ्ख्याले गुणन गर्दा आउने सङ्ख्या पूर्णवर्गसङ्ख्या हुन्छ ?

उत्तर

यहाँ, $125 = 5 \times 5 \times 5$

दुवैतिर 5 ले गुन्दा $125 \times 5 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$

अथवा $625 = 25 \times 25$

त्यसैले 125 लाई 5 ले गुन्दा आउने सङ्ख्या 625 पूर्णवर्गसङ्ख्या हुन्छ ।

उदाहरण 3

13 को पूर्णवर्गसङ्ख्या कति हुन्छ ?

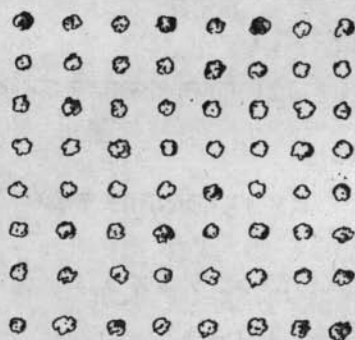
उत्तर

यहाँ, पूर्णवर्गसङ्ख्याका उस्ताउस्तै 2 ओटा गुणनखण्डहरू हुन्छन् । त्यसैले 13 को पूर्णवर्गसङ्ख्या निकाल्नु भनेको 13 लाई 13 ले गुणन गरेर गुणनफलमा व्यक्त गर्नु हो । त्यसैले 13 को पूर्णवर्गसङ्ख्या $= 13 \times 13 = 169$

(नोट:- $169 = 13 \times 13$ यसलाई $169 = 13^2$ गरेर लेखिन्छ र पढ्दा 13 squared भनेर पढिन्छ ।)

2.7.2 पूर्णवर्गसङ्ख्याको वर्गमूल (Square Root of Perfect Square Numbers)

चित्र नं. 2.2 मा एउटा खेतमा 64 ओटा बन्दाका बिरुवाहरूलाई वर्गाकार रूपमा मिलाएर रोपेको छ । प्रत्येक किनारामा कति-कति ओटा बिरुवा रोपेको रहेछ ?



चित्र नं. 2.2

यहाँ $64 = 8 \times 8$ हुन्छ । त्यसैले हरेक किनारामा 8 ओटा बिरुवा पार्ने गरी रोपेको रहेछ ।

यहाँ 64 पूर्णवर्गसङ्ख्या हो र 64 को वर्गमूल 8 हो ।

पूर्णवर्गसङ्ख्याका दुईओटा उस्ताउस्तै गुणनखण्डहरूमध्ये एउटालाई त्यो सङ्ख्याको वर्गमूल (Square Root) भनिन्छ । जस्तै-

$a^2 = a \times a$ अथवा $a^2 = -a \times -a$ भएकोले a^2 को वर्गमूल a अथवा $-a$ हुन्छ ।

यसलाई $\sqrt{a^2} = \pm a$ लेखिन्छ । यहाँ $\sqrt{\quad}$ को अर्थ वर्गमूल (Square Root) हो ।

उदाहरण 4

324 को वर्गमूल निकाल

यहाँ, 324 लाई खण्डीकरण गर्दा

$$324 \\ = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

त्यसैले,

$$\begin{aligned} \sqrt{324} \\ &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= \sqrt{(2^2 \times 3^2 \times 3^2)} \\ &= \sqrt{(2 \times 3 \times 3)^2} \\ &= (\pm 18)^2 \quad \therefore \sqrt{324} = \pm 18 \end{aligned}$$

$$2 \overline{) 324}$$

$$2 \overline{) 162}$$

$$3 \overline{) 81}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

3

(दुईओटा उस्ताउस्तै

गुणनखण्डबाट एउटा मात्र लिँदा)

जाँचेको $18 \times 18 = 324$

अथवा $-18 \times -18 = 324$.

उदाहरण 5

एउटा वृक्षारोपण कार्यक्रममा जति जना सहभागीहरू थिए, त्यतिकै सङ्ख्यामा प्रत्येकले रुख रोप्दै जाँदा जम्मा 1296 वटा रुखका बिरुवा रोपिन्छ भने कति जना सहभागीहरूले भाग लिएका रहेछन् ?

यहाँ, सहभागीको सङ्ख्या = प्रत्येक सहभागीले रोपेका रुखहरूका संख्या

त्यसैले यहाँ सहभागीको सङ्ख्या = 1296 को वर्गमूल हुन्छ ।

यहाँ,

$$\begin{aligned} 1296 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 & 2 \mid 1296 \\ \text{अव } \sqrt{1296} & & 2 \mid 648 \\ &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} & 2 \mid 324 \\ &= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 3^2} & 2 \mid 162 \\ &= \sqrt{(\pm 36)^2} & 3 \mid 81 \\ &= \pm \sqrt{36} & 3 \mid 27 \\ \therefore \sqrt{1296} &= \pm 36 & 3 \mid 9 \\ & & 9 \end{aligned}$$

तर सहभागीहरूको सङ्ख्या = - 36 भन्न सकिदैन ।

त्यसैले सहभागीहरूको सङ्ख्या = 36 हुन्छ ।

अभ्यास 2.7

1. तल दिइएका प्रत्येक सङ्ख्यालाई $16 = 4^2$ को जस्तै व्यक्त गर

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| (क) 1 | (ख) 4 | (ग) 9 | (घ) 25 |
| (ङ) 36 | (च) 49 | (छ) 64 | (ज) 81 |
| (झ) 100 | (ञ) 121 | (ट) 144 | (ठ) 169 |

2. मान निकाल

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|--------------|
| (क) 1^2 | (ख) 2^2 | (ग) 0^2 | (घ) 12^2 |
| (ङ) 20^2 | (च) 50^2 | (छ) 100^2 | (ज) 125^2 |
| (झ) 140^2 | (ञ) 200^2 | (ट) 500^2 | (ठ) 1000^2 |

3. तलका प्रत्येक सङ्ख्याको वर्गसङ्ख्या कति हुन्छ ?

- | | | | |
|---------|---------|---------|--------|
| (क) 1 | (ख) 2 | (ग) 3 | (घ) 4 |
| (ङ) 9 | (च) 10 | (छ) 15 | (ज) 25 |
| (झ) 100 | (ञ) 125 | (ट) 300 | |

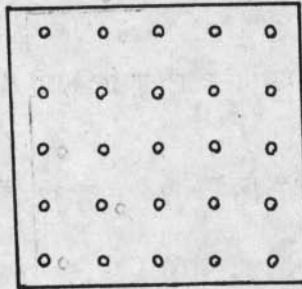
4. वर्गमूल निकाल

- (क) 25 (ख) 36 (ग) 64 (घ) 81
(ङ) 121 (च) 324 (छ) 1225 (ज) 1764
(झ) 3025 (ञ) 5184

5. तलका प्रत्येक सङ्ख्यालाई कुन सानो सङ्ख्याले गुणन गर्दा पूर्णवर्गसङ्ख्या हुन्छन् ?

- (क) 72 (ख) 108 (ग) 125 (घ) 363 (ङ) 1008
(च) 192 (छ) 243 (ज) 845 (झ) 588 (ञ) 3528

6. 25 ओटा बिन्दुहरूलाई वर्गाकार रूपमा मिलाउँदा लम्बाइतिर 5 र चौडाइतिर 5 ओटा बिन्दुहरू हुन्छन् । लम्बाइ र चौडाइतिर 6/6 ओटा पर्ने गरी वर्गाकार रूपमा मिलाउँदा थप कति ओटा बिन्दुहरू चाहिन्छन् ?



चित्र नं. 2.3

7. एउटा विद्यालयका 1156 विद्यार्थीहरूलाई प्रार्थना सभामा वर्गाकार रूपमा मिलाएर राख्दा लम्बाइ र चौडाइतिर कति-कति विद्यार्थी राख्नु पर्छ ?
8. लम्बाइ र चौडाइतिर बराबर सङ्ख्या पर्ने गरी एउटा खेतमा बिरुवा रोप्दा 15625 बिरुवाहरू लागेछ भने प्रत्येक लहरमा कति बिरुवा रोपेको रहेछ ?
9. लम्बाइ र चौडाइ दुवैतिर 81/81 ओटा बिरुवा पर्ने गरी वर्गाकार रूपमा रोप्दा कति बिरुवा चाहिन्छन् होला ?
10. एउटा सेनापतिले हरेक लहरमा 64 जना पर्ने गरी सिपाहीहरूलाई वर्गाकार रूपमा मिलाएर राख्दा 129 जना बढी हुन आएछन् भने -
(क) कति सिपाहीहरू रहेछन् ?
(ख) सबैलाई वर्गाकार रूपमा मिलाउन प्रत्येक लहरमा कति-कति सिपाही राख्नु पर्ला ?

3. भिन्न र दशमलव

(Fraction and Decimal)

3.1.1 भिन्नहरूको तुलना (Comparing Fractions)

उदाहरण 1

$\frac{3}{8}$ र $\frac{5}{12}$ मा कुलो छ ?

उत्तर

कक्षा 6 मा निम्न तरीका सिक्सकेका छौं । प्रत्येकको समतुल्य भिन्नहरू निकाल्दा

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \frac{12}{32} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{5}{12} = \frac{10}{24} = \frac{15}{36} = \dots\dots\dots$$

त्यसैले हर एउटै भएका भिन्नहरूलाई तुलना गर्दा

$$\frac{9}{24} < \frac{10}{24} \text{ हुन्छ ।}$$

$$\text{अर्थात् } \frac{3}{8} < \frac{5}{12} \text{ हुन्छ ।}$$

अर्को तरीका

भिन्नहरूको हरहरूको ल. स. निकाल्दा

$$2 \overline{) 8, 12}$$

$$2 \overline{) 4, 6}$$

$$3 \overline{) 2, 3}$$

$$\therefore \text{ ल. स. } = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$= 24$$

अब हर 24 को समतुल्य भिन्न निकाल्दा

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24} \quad (24 \div 8 = 3, \text{ हर र अंश दुवैलाई 3 ले गुणन गरेको})$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24} \quad (24 \div 12 = 2, \text{ हर र अंश दुवैलाई 2 ले गुणन गरेको})$$

$$\text{यहाँ } \frac{9}{24} < \frac{10}{24}$$

$$\text{अर्थात् } \frac{3}{8} < \frac{5}{12} \text{ हुन्छ।}$$

$$\therefore \frac{5}{12} \text{ ठूलो छ।}$$

उदाहरण 2

भिन्नहरू $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{9}$ र $\frac{7}{12}$ लाई सानोदेखि ठूलो क्रममा मिलाएर लेख।

उत्तर

भिन्नहरूका हरहरूको ल. स. निकाल्दा

$$2 \overline{) 4, 9, 12}$$

$$2 \overline{) 4, 9, 6}$$

$$3 \overline{) 1, 9, 3}$$

$$1, 3, 1$$

$$\therefore \text{ ल. स. } = 2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 3 \times 1 = 36$$

अब हर 36 को समतुल्य भिन्न निकाल्दा

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{27}{36} \quad (36 \div 4 = 9, \text{ हर र अंश दुवैलाई 9 ले गुणन गरेको})$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \times 4}{9 \times 4} = \frac{20}{36} \quad (36 \div 9 = 4, \text{ हर र अंश दुवैलाई 4 ले गुणन गरेको})$$

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{21}{36} \quad (36 \div 12 = 3, \text{ हर र अंश दुवैलाई 3 ले गुणन गरेको})$$

त्यसैले $\frac{20}{36} < \frac{21}{36} < \frac{27}{36}$ हुन्छ ।

अर्थात् $\frac{5}{9} < \frac{7}{12} < \frac{3}{4}$ हुन्छ ।

भिन्नहरूका हरहरूको ल.स. लिएर हरेकको हरले ल.स. लाई भाग गर्दा आउने सङ्ख्याले भिन्नको हर र अंश दुवैलाई गुणन गर्दा आउने भिन्नहरूको हर एउटै हुन्छ र भिन्नहरूको तुलना गर्दा अंश मात्र तुलना गरे पुग्छ ।

अभ्यास 3.1 (क)

1. तलका भिन्नहरूमा सानो र ठूलो भिन्न छुट्टयाऊ

(क) $\frac{2}{3}$ र $\frac{3}{4}$

(ख) $\frac{7}{9}$ र $\frac{9}{11}$

(ग) $\frac{8}{15}$ र $\frac{13}{20}$

(घ) $\frac{9}{32}$ र $\frac{11}{40}$

(ङ) $9\frac{3}{8}$ र $9\frac{5}{12}$

2. तलका भिन्नहरूलाई सानोबाट ठूलो क्रम मिलाई लेख

(क) $\frac{3}{5}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}$

(ख) $\frac{7}{16}, \frac{18}{35}, \frac{4}{25}$

(ग) $\frac{21}{25}, \frac{26}{30}$ र $\frac{13}{36}$

$\frac{8}{15}, \frac{13}{20}$ र $\frac{16}{25}$

(ङ) $\frac{13}{24}, \frac{10}{21}$ र $\frac{13}{28}$

3. रामले एउटा स्याउ 7 बराबर भाग लगाएर 3 भाग खाए र कृष्णले उत्रै अर्को स्याउ 9 भाग लगाएर 4 भाग खाए भने कसले बढी स्याउ खाएछन् ?
4. हरि, गोपाल र श्यामले एउटा सिङ्गो उखु किने । हरिले $\frac{5}{12}$ भाग, गोपालले $\frac{1}{3}$ भाग र श्यामले $\frac{1}{4}$ भाग खाएछन् भने कसले सबभन्दा बढी र कसले सबभन्दा कम खाएछन् ?

3.1.2 भिन्नहरूको जोड र घटाउ

(Addition and Subtraction of Fractions)

उदाहरण 1

$$(क) \frac{7}{12} + \frac{11}{15} \quad (ख) \frac{3}{14} - \frac{8}{21}$$

उत्तर (क) यहाँ, 12 र 15 को ल. स. लिंदा

$$3 \overline{) 12, 15}$$

4, 5

$$\therefore \text{ल. स.} = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

$$\begin{aligned} \text{अब } \frac{7}{12} + \frac{11}{15} &= \frac{35}{60} + \frac{44}{60} \\ &= \frac{79}{60} \\ &= 1 \frac{19}{60} \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

(ख) यहाँ, 14 र 21 को ल. स. लिंदा

$$7 \overline{) 14, 21}$$

2, 3

$$\therefore \text{ल. स.} = 7 \times 2 \times 3 = 42$$

$$\begin{aligned} \text{अब } \frac{3}{14} - \frac{8}{21} &= \frac{9}{42} - \frac{16}{42} \\ &= \frac{9 - 16}{42} \\ &= -\frac{7}{42} \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

उदाहरण 2

सरल गर

$$(क) -\frac{5}{6} + \frac{4}{5} - \frac{1}{5} \quad (ख) \frac{5}{12} + 6\frac{7}{9} + 4\frac{1}{6}$$

उत्तर

(क) यहाँ, 6, 5 र 15 को ल. स. लिंदा

$$3 \overline{) 6, 5, 15}$$

$$5 \overline{) 2, 5, 5}$$

$$2, 1, 1$$

$$\therefore \text{ल. स.} = 3 \times 5 \times 2 \times 1 \times 1 \\ = 30$$

$$\begin{aligned} \text{अब } -\frac{5}{6} + \frac{4}{5} - \frac{1}{15} &= -\frac{25}{30} + \frac{24}{30} - \frac{2}{30} \\ &= \frac{-25 + 24 - 2}{30} \\ &= -\frac{3}{30} \\ &= -\frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (क) \frac{5}{12} - 6\frac{7}{9} + 4\frac{1}{6} \\ = \frac{5}{12} - \frac{61}{9} + \frac{25}{6} \end{aligned}$$

यहाँ, 12, 9 र 6 को ल. स. लिंदा

$$2 \overline{) 12, 9, 6}$$

$$3 \overline{) 6, 9, 3}$$

$$2, 3, 1$$

$$\therefore \text{ल. स.} = 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 1 = 36$$

$$\begin{aligned}
 \text{अब } \frac{5}{12} - 6\frac{7}{9} + 4\frac{1}{6} &= \frac{15}{36} - \frac{244}{36} + \frac{150}{36} \\
 &= \frac{15 + 244 + 150}{36} \\
 &= -\frac{79}{36} \\
 &= -2\frac{7}{36}
 \end{aligned}$$

उदाहरण 3

$$5\frac{1}{4} - 2\frac{5}{8}$$

$$\text{यहाँ, } (5-2) + \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{8}\right)$$

$$= 3 + \left(\frac{2}{8} - \frac{5}{8}\right)$$

$$= 2 + \left(\frac{8}{8} + \frac{2}{8} - \frac{5}{8}\right)$$

$$= 2 + \left(\frac{10}{8} - \frac{5}{8}\right)$$

$$= 2 + \frac{10-5}{8}$$

$$= 2 + \frac{5}{8}$$

$$= 2\frac{5}{8} \text{ उत्तर}$$

पूर्णसङ्ख्याबाट पूर्णसङ्ख्या र भिन्नांशबाट

भिन्नांश घटाउँदा

(4 र 8 को ल.स. = 8

$\frac{2}{8}$ बाट $\frac{5}{8}$ घट्ने। त्यसैले

3 बाट $1 = \frac{8}{8}$ सापट लिएको

अभ्यास 3.1 (ख)

1. हिसाब गर

(क) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$

(ख) $\frac{5}{9} + \frac{7}{12}$

(ग) $-\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$

(घ) $\frac{5}{9} + \left(-\frac{7}{12}\right)$

(ङ) $\frac{1}{6} - \frac{3}{4}$

(च) $2\frac{8}{15} - 3\frac{4}{25}$

(छ) $3\frac{3}{8} - \frac{5}{6}$

(ज) $\frac{8}{15} - 3$

2. सरल गर

$$(क) \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$(ग) \frac{1}{2} - \frac{5}{6} + 2\frac{2}{3}$$

$$(ड) 7\frac{1}{5} - 10\frac{7}{10} + \frac{4}{15}$$

$$(छ) 9\frac{7}{39} + \frac{12}{13} - 15$$

$$(ख) \frac{6}{7} - \frac{9}{14} + \frac{11}{21}$$

$$(घ) \frac{2}{3} - 2\frac{1}{4} - 3\frac{5}{6}$$

$$(च) -3 + \frac{5}{24} + 2\frac{7}{16}$$

$$(ज) 8\frac{5}{9} - 10\frac{7}{12} - 7\frac{11}{15}$$

कक्षा ६ मा निम्न तरिकाबाट गुणनविधि सिक्सकेका छौं-

1. भिन्नहरूको गुणन

$$\begin{aligned} (क) \quad \frac{5}{9} \times \frac{6}{15} &= \frac{\cancel{5}}{3} \times \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{15}_3} \\ &= \frac{2}{3 \times 3} \\ &= \frac{2}{9} \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ख) \quad 2\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{5} &= \frac{5}{2} \times \frac{18}{5} \\ &= \frac{\cancel{5}}{2} \times \frac{18}{\cancel{5}} \\ &= 9 \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

भिन्नले भिन्नलाई गुणन गर्दा अंशले अंशलाई र हरले हरलाई गुणन गर्नु पर्छ ।

अर्थात् $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$; जहाँ a, b, c र d शून्य बाहेकका पूर्णाङ्कहरू हुन् ।

2. भिन्नहरूको भाग

$$\frac{3}{4} \div \frac{6}{7} = \text{कति हुन्छ ?}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{6}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{\cancel{6}^2} \quad (\text{भाजकको हरलाई अंश र अंशलाई हर बनाएर गुणा गरेको})$$

$$= \frac{7}{8} \text{ उत्तर}$$

यहाँ, $\frac{7}{6}$ लाई $\frac{6}{7}$ को व्युत्क्रम (Reciprocal) भिन्न भनिन्छ ।

$\frac{2}{5}$ लाई $\frac{5}{2}$ को, 3 लाई $\frac{1}{3}$ को

र $\frac{1}{7}$ लाई 7 को क्रमशः व्युत्क्रम भिन्नहरू हुन् ।

कुनै भिन्न र त्यसको व्युत्क्रम भिन्नको गुणनफल 1 हुन्छ ।

जस्तै: $\frac{7}{6} \times \frac{6}{7} = 1$, $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$, $3 \times \frac{1}{3} = 1$ $\frac{1}{7} \times 7 = 1$, आदि

यहाँ, भिन्न 1 लाई एकात्मक भिन्न (Identity Fraction) भनिन्छ ।

उदाहरण 1

भाग गर

$$(क) \frac{64}{77} \div \frac{56}{99}$$

$$(ख) 16\frac{2}{3} \div 12\frac{1}{2}$$

उत्तर

$$\begin{aligned} (क) \frac{64}{77} \div \frac{56}{99} &= \frac{64}{77} \times \frac{99}{56} \quad (\frac{99}{56} \text{ को व्युत्क्रम भिन्न } \frac{99}{56} \text{ ले गुणन गरेको}) \\ &= \frac{\cancel{64}^8}{\cancel{77}^7} \times \frac{\cancel{99}^9}{\cancel{56}^7} \\ &= \frac{72}{49} \quad (\text{वा } 1\frac{23}{49}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ख)} \quad 16\frac{2}{3} \div 12\frac{1}{2} &= \frac{50}{3} \div \frac{2}{25} \quad (\text{मिश्रित भिन्नबाट अनुपयुक्त भिन्नमा} \\
 &\quad \text{रूपान्तर गरेको}) \\
 &= \frac{50}{3} \times \frac{2}{25} \quad (\frac{25}{2} \text{ को व्युत्क्रम भिन्न } \frac{2}{25} \text{ ले गुणन गरेको}) \\
 &= \frac{2\cancel{50}}{3} \times \frac{2}{\cancel{25}} \\
 &= \frac{4}{3} \quad (\text{वा } 1\frac{1}{3} \text{ को})
 \end{aligned}$$

उदाहरण 2

भाग गर

$$\text{(क)} \quad -\frac{7}{12} \div \frac{14}{27} \qquad \text{(ख)} \quad 2\frac{3}{8} \div (-3\frac{5}{12})$$

उत्तर

$$\begin{aligned}
 \text{(क)} \quad -\frac{7}{12} \div \frac{14}{27} &= -\frac{7}{12} \times \frac{27}{14} \\
 &= -\frac{\cancel{7}}{4\cancel{12}} \times \frac{\cancel{27}^9}{\cancel{14}_2} \\
 &= -\frac{9}{8} \quad (\text{वा } -1\frac{1}{8})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ख)} \quad 2\frac{3}{8} \div (-3\frac{5}{12}) &= \frac{19}{8} \div (-\frac{41}{12}) \\
 &= \frac{19}{8} \times (-\frac{12}{41}) \\
 &= \frac{19}{\cancel{2}^2\cancel{8}} \times (-\frac{\cancel{12}^3}{41}) \\
 &= -\frac{57}{82}
 \end{aligned}$$

उदाहरण 3

सरल गर

$$(क) 4\frac{2}{3} \times (-2\frac{1}{2}) + \frac{3}{4} \quad (ख) -\frac{1}{12} + (2\frac{6}{7} - 3\frac{9}{14})$$

उत्तर

$$(क) 4\frac{2}{3} \times (-2\frac{1}{2}) + \frac{3}{4} = \frac{14}{3} \times (-\frac{5}{2}) + \frac{3}{4} \\ = -\frac{140}{6} + \frac{3}{4} = -\frac{140}{9} \quad (\text{बा } -15\frac{5}{9})$$

$$(ख) -\frac{1}{12} + (2\frac{6}{7} - 3\frac{9}{14}) = -\frac{1}{12} + (\frac{20}{7} - \frac{51}{14}) \\ = -\frac{1}{12} + (\frac{40}{14} - \frac{51}{14}) \\ = -\frac{1}{12} + (-\frac{11}{14}) \\ = -\frac{1}{12} \times (-\frac{14}{11}) \\ = \frac{7}{66}$$

उदाहरण 4

रमेशसँग केही 1 दूध थियो । उनले आफूसँग भएको दूधको $\frac{7}{8}$

भाग खाँदा $5\frac{1}{2}$ ल बाँकी भयो भने पहिला उसँग भएको दूध कति 1 होला ?

उत्तर

$$\text{रमेशसँग भएको दूध } (1) \times \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2} \text{ (1)}$$

भएकोले

$$\text{दूध} = 5\frac{1}{2} + \frac{7}{8} \\ = \frac{11}{2} \times \frac{8}{7} \\ = \frac{44}{7} \\ = 6\frac{2}{7} \quad \text{पहिला रमेशसँग } 6\frac{2}{7} \text{ ल दूध थियो ।}$$

अभ्यास 3.1 (ग)

1. हिसाब गर

(क) $\frac{12}{25} \times \frac{5}{9}$	(ख) $\frac{16}{21} \times \frac{35}{64}$	(ग) $\frac{36}{85} \times \frac{34}{81}$
(घ) $\frac{7}{9} \times (-\frac{9}{28})$	(ङ) $-\frac{16}{27} \times (-\frac{9}{8})$	(च) $\frac{7}{12} + \frac{14}{27}$
(छ) $\frac{33}{50} + \frac{11}{30}$	(ज) $\frac{17}{42} + (-\frac{34}{35})$	(झ) $-\frac{12}{17} + (-\frac{6}{11})$
(ञ) $-\frac{11}{20} + 4$	(ट) $-14 \frac{2}{5} + \frac{8}{75}$	(ठ) $15 + (\frac{12}{25})$

2. सरल गर

(क) $-2 \frac{1}{2} \times (-3 \frac{1}{3}) + (\frac{3}{4})$	(ख) $-\frac{3}{5} + (-2 \frac{1}{2}) \times 2 \frac{7}{10}$
(ग) $2 \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + (-1 \frac{3}{4})$	(घ) $2 \frac{5}{6} + (-2 \frac{2}{5}) + \frac{5}{7}$
(ङ) $(\frac{5}{12} - \frac{3}{4}) + 3 \frac{1}{6}$	(च) $-2 \frac{1}{2} + (\frac{3}{8} - \frac{5}{6})$
(छ) $4 \frac{2}{5} \times (\frac{3}{5} - \frac{2}{3}) + (\frac{11}{10})$	(ज) $-3 \frac{5}{12} + (\frac{3}{8} - \frac{7}{12}) + (\frac{5}{9})$

3. एउटा विद्यालयमा भएका विद्यार्थीहरूको $\frac{1}{3}$ भाग केटीहरू रहेछ। यदि केटीहरूको सङ्ख्या 140 रहेछ भने,

(क) विद्यार्थीहरूको सङ्ख्या कति रहेछ ?

(ख) केटाहरूको सङ्ख्या कति रहेछ ?

4. विनयले आफूसँग भएको रुपैयाँको $\frac{9}{10}$ खर्च गरेर रु.20 बचाएछ।

(क) विनयले कति रुपैयाँ खर्च गरेछ ?

(ख) उसँग जम्मा कति रुपैयाँ रहेछ ?

5. कुनै सङ्ख्याको $3 \frac{1}{2}$ लाई $-4 \frac{1}{3}$ ले गुन्दा आउने गुणनफल 7 हुन्छ भने त्यो सङ्ख्या कति रहेछ ?

3.2 भिन्न र दशमलव (Fraction and Decimal)

3.2.1 अन्त, अन्तहीन र पुनरावृत्त दशमलवहरू (Terminating, Non-terminating and Recurring Decimals)

चित्र नं. 3.10 ताई राम्रोसँग हेर र निम्न प्रश्नको जबाफ देऊ

उदाहरण 1

निम्न भिन्नहरूलाई दशमलवमा रूपान्तर गर ।

(क) $\frac{3}{4}$ (ख) $\frac{2}{9}$ (ग) $4\frac{1}{7}$ (घ) $3\frac{4}{5}$

उत्तर

(क) भिन्नलाई दशमलवमा रूपान्तर गर्दा भिन्नको अंशलाई हरले भाग गर्नु पर्छ ।

(क) $\frac{3}{4} = 0.75$ (ख) $\frac{2}{9} = 0.222 \dots\dots\dots$

(ग) $4\frac{1}{7} = 4.1428 \dots$ (घ) $3\frac{4}{5} = 3.8$

अब तिमिहरूले के थाहा पायौ ?

- 0.75, 3.8 आदि दशमलवहरूलाई अन्त हुने दशमलव (Terminating Decimal) भनिन्छ ।
- 0.222, 4.1428 इत्यादि अन्तहीन दशमलव (Non-terminating Decimal) भनिन्छ । यस्ता दशमलव सङ्ख्याहरू जनाउने भिन्नको हरले अंशलाई भाग गर्दा निःशेष हुँदैन ।
- 0.222... इत्यादि पुनरावृत्त दशमलव (Recurring Decimal) भनिन्छ । यस्ता दशमलव सङ्ख्याहरू जनाउने भिन्नको हरले अंशलाई भाग गर्दा निःशेष हुँदैन र भागफलमा एउटै सङ्ख्या दोहोरिएर आइरहन्छ ।

उदाहरण 2

प्रत्येक भिन्नलाई दशमलवमा परिणत गरी दशमलव अन्त हुने, नहुने वा पुनरावृत्त के हो छुट्टयाऊ ।

(क) $\frac{2}{5}$

(ख) $1\frac{1}{3}$

(ग) $5\frac{2}{7}$

उत्तर

(क) भिन्न $\frac{2}{5}$ लाई दशमलवमा परिणत गर्दा $\frac{2}{5} = 0.4$ हुन्छ । त्यसैले यो अन्त हुने दशमलव हो ।

(ख) $1\frac{1}{3}$ लाई दशमलवमा परिणत गर्दा $1\frac{1}{3} = 1.333\ldots$ भनेर एउटै सङ्ख्या 3 दोहोरिएर आउँछ र कहिल्यै अन्त हुँदैन । त्यसैले यो अन्तहीन र पुनरावृत्त दशमलव हो । यहाँ,

$$1\frac{1}{3} = 1.333\ldots \text{मा पुनरावृत्त भइरहन्छ भन्ने जनाउन } 1\frac{1}{3} = 1.\dot{3} \text{ लेखिन्छ ।}$$

(ग) $5\frac{2}{7}$ लाई दशमलवमा परिवर्तन गर्दा

$5\frac{2}{7} = 5.28571428571428571428\ldots$ भनेर 285714 दोहोरिएर आउँछ र कहिल्यै अन्त हुँदैन । त्यसैले यो अन्तहीन र पुनरावृत्त दशमलव हो । यहाँ,

$5\frac{2}{7} = 5.285714285714285\ldots$ मा सङ्ख्या 285714 पुनरावृत्त भइरहन्छ भने यसलाई $5.\overline{285714}$ भनेर जनाइन्छ ।

उदाहरण 3

तलका प्रत्येक पुनरावृत्त (Recurring) दशमलवलाई 10, 100 र 1000 ले गुणन गर ।

(क) $0.\dot{3}$

(ख) $0.\overline{147}$

उत्तरहरू

$$\begin{aligned} \text{(क)} \quad 0.\dot{3} \times 10 &= 0.3\dot{3} \times 10 = 3.\dot{3} \\ 0.\dot{3} \times 100 &= 0.33\dot{3} \times 100 = 33.\dot{3} \\ 0.\dot{3} \times 1000 &= 0.333\dot{3} \times 1000 = 333.\dot{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ख)} \quad 0.\overline{147} \times 10 &= 0.147\overline{147} \times 10 = 1.47\overline{147} \\ 0.\overline{147} \times 100 &= 0.147\overline{147} \times 100 = 14.7\overline{147} \\ 0.\overline{147} \times 1000 &= 0.147\overline{147} \times 1000 = 147.\overline{147} \end{aligned}$$

उदाहरण 4

तलका प्रत्येक दशमलव सङ्ख्यालाई भिन्नमा रूपान्तर गर ।

(क) 0.25 (ख) $0.\dot{3}$ (ग) $0.\overline{132}$

उत्तरहरू

$$\begin{aligned} \text{(क)} \quad 0.25 &= \frac{0.25 \times 100}{100} \\ &= \frac{25}{100} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

(ख) मानौ $x = 0.\dot{3}$ (i)

त्यसैले $10x = 3.\dot{3}$ (ii)

(ii) बाट (i) घटाउँदा

$$10x = 3.\dot{3}$$

$$- x = 0.\dot{3}$$

$$9x = 3.0$$

त्यसैले, $x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(ग) मानौ $x = 0.\overline{132}$ (i)

त्यसैले $1000x = 132.\overline{132}$ (ii)

(ii) बाट (i) घटाउँदा

$$1000x = 132.132$$

$$- \quad x = 0.132$$

$$999x = 132$$

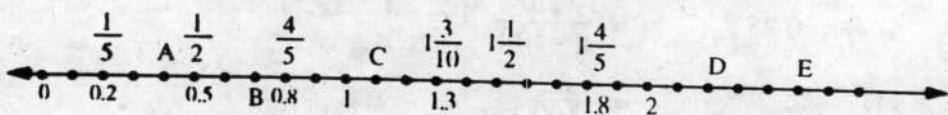
$$\text{त्यसैले } x = \frac{132}{999}$$

$$= \frac{3 \times 44}{3 \times 333}$$

$$= \frac{44}{333} \text{ उत्तर}$$

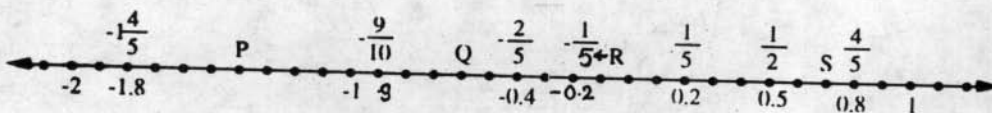
3.2.2 भिन्न, दशमलव र सङ्ख्यारेखा

भिन्न र दशमलवलाई सङ्ख्यारेखामा देखाउन सकिन्छ। तलको चित्र हेर र A, B, C, D र E को स्थानमा कुन-कुन भिन्न र दशमलव सङ्ख्या लेख्नुपर्छ, लेख।



चित्र नं. 3.11

चित्र नं. 3.12 मा देखाएको सङ्ख्यारेखालाई शून्य 0 लेखेको स्थानबाट बायाँतिर विस्तार गरी ऋणात्मक भिन्नहरू र दशमलवहरू पनि देखाउन सकिन्छ। तलको चित्र हेर।



चित्र नं. 3.13

सङ्ख्यारेखामा P, Q, R र S लेखेको स्थानमा कुन-कुन सङ्ख्याहरू लेख्नुपर्छ, भिन्न र दशमलवमा लेख।

अभ्यास 3.2

1. तलका प्रत्येक भिन्नलाई जनाउने दशमलव सङ्ख्या भागक्रियाबाट पत्ता लगाऊ र दशमलव सङ्ख्या अन्त हुने, अन्त नहुने वा पुनरावृत्त के हो ? पत्ता लगाऊ
- (क) $\frac{2}{3}$ (ख) $\frac{5}{8}$ (ग) $\frac{3}{5}$ (घ) $\frac{5}{7}$
(ङ) $\frac{7}{8}$ (च) $5\frac{5}{6}$ (छ) $3\frac{1}{16}$ (ज) $2\frac{4}{11}$
2. तल दिइएका प्रत्येक दशमलवलाई भिन्नमा रूपान्तर गर
- (क) 0.25 (ख) 1.37 (ग) 7.025 (घ) 9.001
(ङ) $0.\dot{6}$ (च) $3.\overline{16}$ (छ) $0.\overline{23}$ (ज) $0.\overline{135}$
3. तल दिइएका सङ्ख्याहरूलाई एउटै सङ्ख्यारेखामा देखाऊ
- (क) 0.5 (ख) $-\frac{1}{3}$ (ग) $2\frac{3}{4}$ (घ) -1.2
(ङ) $-1\frac{3}{10}$

3.3 दशमलव सङ्ख्यामा चार साधारण नियम

(Four Fundamental Operations with Decimals)

3.3.1 दशमलवको जोड र घटाउ

(Addition and Subtraction of Decimal)

तलका उदाहरण हेर -

उदाहरण 1

हिसाब गर:

(क) $3.254 + 16.37$

(ख) $14.24 - 90.863$

उत्तर

दशमलवको जोड घटाउ क्रियामा ठाडो लेखेर गर्दा दशमलवको स्थानको माथि तल मिलाई लेख्नु पर्छ ।

$$(क) = 3.254$$

$$+ \underline{16.37}$$

$$19.624$$

पूर्णसङ्ख्या जस्तै भिन्नको जोड

पनि स्थानमान अनुसार गरिन्छ ।

(ख) यहाँ घटाइने सङ्ख्या घटाउने सङ्ख्याभन्दा ठूलो भएमा निम्नानुसार गर्न सकिन्छ ।

त्यसैले $a-b = -(b-a)$ जसमा $b > a$ हुनुपर्छ

त्यसैले $14.24 - 90.863$

$$= -(90.863 - 14.24)$$

$$= 90.863$$

$$= \frac{14.240}{14.623} \quad (\text{हजार अंशमा सून्य थपेको})$$

$$\therefore 14.24 - 90.863 = -76.623 \text{ उत्तर}$$

3.3.2 दशमलवको गुणन र भाग

(Multiplication and division of Decimal)

उदाहरण 2

गुणन गर

$$(क) 5.038 \times 1.27$$

$$(ख) 0.259 \times (-0.0406)$$

उत्तर

$$(क) 5.038 \times 1.27$$

ठाडो लेखेर:

5.038.....दशमलवपछि 3 स्थान

$\times 1.27$ दशमलवपछि 2 स्थान

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ 35266$$

10076

जोड़दा

5038

6.39826दशमलवपछि 5 स्थान हुन्छ ।

त्यसैले $5.038 \times 1.27 = 6.39826$ हुन्छ ।

(ख) यसमा धनात्मक सङ्ख्यालाई ऋणात्मक सङ्ख्याले गुणन गर्दा गुणनफल ऋणात्मक नै हुन्छ ।

ठाडो लेखेर:

0.259.....दशमलवपछि 3 स्थान

 $\times 0.0406$ दशमलवपछि 4 स्थान

1554

10360

0.0105154दशमलव पछि 7 स्थान हुन्छ ।

(त्यसैले सून्य थपेर 7 अङ्क बनाएको)

 $\therefore 0.259 \times (-0.0406) = -0.0105134$ हुन्छ ।**उदाहरण 3**

भाग गर

(क) $2.928 \div 0.03$ (ख) $-45.6 \div 0.8$ (ग) $1.032 \div (-0.24)$

उत्तर-

(क) $2.928 \div 0.03$ मा भाजक र भाज्य दुवैलाई 100 ले गुणन गर्दा भाजकको दशमलव चिन्ह हराएर जान्छ । त्यसैले,

$$2.928 \times 100 = 292.8$$

$$0.03 \times 100 = 3$$

अब भाग गर्दा,

$$\begin{array}{r} \underline{97.6} \\ 3)292.8 \\ \underline{27} \\ 22 \\ \underline{21} \\ 18 \\ \underline{18} \\ \times \end{array}$$

त्यसैले, $2.928 \div 0.03 = 97.6$

(ख) यहाँ ऋणात्मक सङ्ख्यालाई धनात्मक सङ्ख्याले भाग गर्दा भागफल ऋणात्मक हुन्छ।
निरपेक्षमान लिई ठाडो लेखेर गर्दा:

$$\begin{array}{ccc} 0.8)\overline{45.6} & \longrightarrow & 0.8)\overline{45.6} & \longrightarrow & \overline{57} \\ & & \boxed{10 \text{ गुणा}} & \boxed{10 \text{ गुणा}} & 8)\overline{456} \\ & & & & \underline{40} \\ & & & & 56 \\ & & & & \underline{56} \\ & & & & \times \end{array}$$

त्यसैले $-45.6 \div 0.8 = -57$

(ग) यहाँ धनात्मक सङ्ख्यालाई ऋणात्मक सङ्ख्याले भाग गर्दा भागफल ऋणात्मक हुन्छ। निरपेक्षमान लिई ठाडो लेखेर गर्दा:

$$\begin{array}{ccc} 0.24)\overline{1.032} & \longrightarrow & 0.24)\overline{1.032} & \longrightarrow & \overline{4.3} \\ & & 10 \text{ गुणा} & 10 \text{ गुणा} & 24)\overline{103.2} \\ & & & & \underline{96} \\ & & & & 72 \\ & & & & \underline{72} \\ & & & & \times \end{array}$$

$\therefore 1.032 \div 1-0.24 = -4.3$

दशमलवको भागसम्बन्धी निम्न तथ्य थाहा पाई राख् ।

- दशमलव सङ्ख्यालाई पूर्णसङ्ख्याले भाग गर्दा दशमलव चिन्हपछिको सङ्ख्यालाई भाग गरेपछि भागफलमा दशमलव चिन्ह राख्नुपर्दछ ।
- दशमलवले दशमलवलाई भाग गर्दा भाजकमा भएको दशमलव चिन्ह हटाउन भाजक र भाज्य दुवैलाई 10 वा 10 का घातले गुणन गरेर मात्र भागक्रिया गर्नुपर्दछ ।

उदाहरण 4

रामले दैनिक रु. 375.85 कमाउँछ भने उसको 12 दिनको कमाइ कति होला ?

उत्तर

यहाँ, रामको 12 दिनको कमाइ उसको एक दिनको कमाइको 12 गुणा हुन्छ ।
त्यसैले,

$$\begin{array}{r} \text{रु. } 375.85 \\ \times \quad 12 \\ \hline 75170 \\ \text{37585} \\ \hline \text{रु. } 4510.20 \end{array}$$

त्यसैले रामको 12 दिनको कमाइ = रु. 4510.20

उदाहरण 5

24 कि.मि. 640 मि. लामो मोटर बाटो 11 दिनमा बनाउन सकेछ भने प्रतिदिन कति बाटो बनाएछ ?

उत्तर

यहाँ, जम्मा दिन 11 ले जम्मा बाटोको लम्बाइ 24 कि.मि. 640 मि. लाई भाग गर्दा 1 दिनमा बाटोको लम्बाइ आउँदछ । त्यसैले,

2.240

11) 24.640

(24 कि.मि. 640 मि. = 24.640 कि.मि.)

22

26

22

44

44

0

त्यसैले, प्रतिदिन बनाएको बाटोको लम्बाइ = 2.240 कि.मि. वा 2 कि.मि.
240 मि.

उदाहरण 6

सरल गर

$$\{(-3.1)^2 - 2.5\} \div (-0.3) + 10\frac{4}{5}$$

उत्तर:

$$\{(-3.1)^2 - 2.5\} \div (-0.3) + 10\frac{4}{5}$$

$$= \{9.61 - 2.5\} \div (-0.3) + 10.8$$

$$= 7.11 \div (-0.3) + 10.8$$

$$= -23.7 + 10.8$$

$$= -12.9 \text{ उत्तर}$$

उदाहरण 7

सरल गर

$$(-5.4) \times \{24 \div (-1.6) + 9.6\} + \frac{27}{10}$$

उत्तर:

$$\begin{aligned} & (-5.4) \times \{24 + (-1.6) + 9.6\} + \frac{27}{10} \\ &= (-5.4) \times \{-15 + 9.6\} + \frac{27}{10} \\ &= -5.4 \times (-5.4) + \frac{10}{27} \\ &= 29.16 \times \frac{27}{10} \\ &= \frac{291.6}{27} = 10.8 \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

अभ्यास 3.3

1. जोड़

(क) $3.012 + 4.257$

(ख) $17.05 + 16.953$

(ग) $40.527 + 7.027 + 0.592$

(घ) $7.542 + 39.407 + 305.2$

2. हिसाब गर

(क) $14.57 - 12.659$

(ख) $-17.05 + 16.953$

(ग) $345.987 - 317.058$

(घ) $-6.752 - 4.249 + 11$

(ङ) $3.57 - 7.425 + 13.65$

(च) $40.527 - 7.027 - 35.592$

3. गुणनफल निकाल

(क) 3.045×5

(ख) 15.379×14

(ग) 16.504×27

(घ) 3.479×1.5

(ङ) $(-5.005) \times 2.7$

(च) $-9.046 \times (-2.6)$

(छ) 56.875×1.25

(ज) 79.235×4.56

(झ) $46.025 \times (-1.28)$

4. भागफल निकाल

(क) $7.71 + 0.3$

(ख) $4.136 + 0.02$

(ग) $-59.84 + 3.4$

(घ) $38.745 \div (-2.7)$

(ङ) $31.008 + 9.6$

(च) $-19.095 + (-0.15)$

(छ) $72.512 + (-0.016)$

(ज) $128.73 \div 0.015$

(झ) $-80.35 + (-3.214)$

5. सरल गर

(क) $3.7 \times 0.9 - 7.6$

(ख) $(74.5 - 0.7) \times 0.35$

(ग) $(4.67 - 13.12) \times (-5.6)$

(घ) $(4.8 + 0.24) \times 0.572$

(ङ) $-5.7 + \{4.25 \times (-2.4) + 6.2\}$

(च) $(-38.72 - 68.38) + (20.35 + 3.45)$

(छ) $8.16 + \{(-1.6 \times 2.532) + 1.5012\}$

(ज) $\frac{3}{4} + (0.25 - 0.5) + 3$

(झ) $(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}) \times (1.4 - 5) + 0.8$

6. एउटा आयतकार चौकको लम्बाइ 45.75 m र चौडाइ 30.15 m रहेछ

(क) चौकको परिमिति कति होला ?

(ख) चौकको क्षेत्रफल कति होला ?

7. 308.5726 m^2 क्षेत्रफल भएको एउटा आयतकार जग्गाको लम्बाइ 22.54m रहेछ भने

(क) चौडाइ कति रहेछ ?

(ख) परिमिति कति रहेछ ?

8. एउटा मोटरको पाङ्ग्राको परिधि 2.75 m रहेछ । 22 km दूरी पार गर्दा पाङ्ग्रा कति चक्कर घुम्छ होला ?

9. एउटा सिक्काको व्यास 1.025 cm छ । उक्त सिक्कासँग अर्को उस्तै सिक्का लहरै मिलाएर राख्दा 15.375 m दूरी ढान्न कति ओटा सिक्का चाहिन्छन् होला ?

4. अनुपात, समानुपात र प्रतिशत (Ratio, Proportion and Percentage)

4.1 अनुपात (Ratio)

4.1.1 अनुपातको परिचय (Introduction to Ratio)

20 पूर्णाङ्कको गणितको परीक्षामा शीलाले 12 अङ्क र कैलाशले 18 अङ्क प्राप्त गरेछन्। यहाँ शीला र कैलाशले पाएको अङ्कलाई कसरी तुलना गर्न सकिन्छ ?

तुलना गर्ने एउटा उपाय दुवै जनाका अङ्कहरू बीचको फरक पत्ता लगाउनु पनि हो। यहाँ कैलाश र शीलाको अङ्कको बीचमा $18 - 12 = 6$ अङ्कको फरक छ। तुलना गर्ने यो तरिका त्यति प्रभावकारी हैन किनभने 10 र 4 को फरक पनि त 6 नै हुन्छ। तुलना गर्ने अर्को उपाय अनुसार एउटाको प्राप्ताङ्कलाई अर्कोको प्राप्ताङ्कले भाग गर्न सकिन्छ।

यहाँ, कैलाशको प्राप्ताङ्क शीलाको प्राप्ताङ्कको $\frac{18}{12}$ अथवा $\frac{3}{2}$ गुणा छ।

शीलाको प्राप्ताङ्क कैलाशको प्राप्ताङ्कको $\frac{12}{18}$ अथवा $\frac{2}{3}$ गुणा छ।

एउटा परिमाणलाई अर्को उस्तै परिमाणले भाग गरेर दुईओटा परिमाणको तुलना गर्ने तरिकालाई ती दुई परिमाणको अनुपात (Ratio) निकाल्नु भनिन्छ। कैलाश र शीलाको प्राप्ताङ्कको अनुपातलाई भिन्न $\frac{3}{2}$ ले वा 3:2 ले जनाइन्छ र पढ्दा 3 र 2 को अनुपात भनेर पढिन्छ।

यहाँ, अनुपात $\frac{3}{2}$ मा पहिलो पद अर्थात् अङ्क 3 र दोस्रो पद अर्थात् हर 2 हो।

दुईओटा उस्तै परिमाणहरू a र b को अनुपात $\frac{a}{b}$ वा a:b हुन्छ, जसमा a र b अनुपातका क्रमशः a पहिलो पद (Antecedent) र b दोस्रो पद (Consequent) हो।

अनुपात पनि भिन्न नै भएकोले भिन्नका सबै नियमहरू अनुपातमा पनि मान्य हुन्छन् । जस्तै:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} \dots \text{इत्यादि ।}$$

उदाहरण 1

एउटा 63 cm लामो रिबनको 28 cm लम्बाइमा रातो रङ र बाँकी लम्बाइमा नीलो रङ लगाएको छ । रातो र नीलो रङको अनुपात कति रहेछ ?

उत्तर

रिबनको रातो रङ लगाएको लम्बाइ = 28 cm

नीलो रङ लगाएको लम्बाइ = (63 - 28) cm = 35 cm

त्यसैले रातो र नीलो रङ लगाएको भागको अनुपात

$$= \frac{28 \text{ cm}}{35 \text{ cm}} = \frac{\cancel{7} \times 4}{\cancel{7} \times 5} = \frac{4}{5}$$

यहाँ, $\frac{4}{5}$ मा कुनै एकाइ हुँदैन । किनकि उस्तै परिमाणको मात्रै अनुपात निकाल्ने भएकोले एकाइ विहीन (Unit Less) हुन्छ ।

उदाहरण 2

छोरो र बाबुको उमेरको अनुपात 1:4 छ र बाबुको उमेर 48 वर्ष भए छोरोको उमेर कति रहेछ ?

उत्तर

$$\text{यहाँ, } \frac{\text{छोरोको उमेर}}{\text{बाबुको उमेर}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{अथवा, } \frac{\text{छोरोको उमेर}}{48 \text{ वर्ष}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{त्यसैले, छोरोको उमेर} = \frac{1}{4} \times 48 \text{ वर्ष}$$

$$= 12 \text{ वर्ष}$$

4.1.2 अनुपातहरूको तुलना (Comparing Fractions)

तलको उदाहरण हेर ।

उदाहरण 3

कृष्णले 30 पूर्णाङ्कको स्वास्थ्य शिक्षामा 24 अङ्क र 20 पूर्णाङ्कको भूगोलमा 15 अङ्क प्राप्त गर्‍यो । अब कृष्णले कुन विषयमा राम्रो गरेछ ?

$$\text{कृष्णको स्वास्थ्य विषयको प्राप्ताङ्क} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

$$\text{कृष्णको भूगोल विषयको प्राप्ताङ्क} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

कृष्णले कुन विषयमा राम्रो गर्‍यो भन्ने थाहा पाउन अनुपातहरू $\frac{4}{5}$ र $\frac{3}{4}$ मा कुन ठूलो छ भनेर तुलना गर्नु हो ।

$$\text{यहाँ, } 5 \text{ र } 4 \text{ को ल.स.} = 20$$

$$\text{त्यसैले, } \frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

$$\text{र } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\text{यहाँ, } \frac{16}{20} > \frac{15}{20} \text{ अथवा } \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$$

त्यसैले कृष्णले स्वास्थ्य विषयमा राम्रो गरेको रहेछ ।

अभ्यास 4.1 (क)

1. तल दिइएका प्रत्येक अनुपातलाई लघुत्तम पदमा रूपान्तर गर

(क) $\frac{12}{18}$

(ख) $\frac{25}{70}$

(ग) $\frac{26}{78}$

(घ) $\frac{64}{80}$

(ङ) $\frac{51}{68}$

(च) $\frac{56}{49}$

2. तलका प्रत्येक अनुपात लेख र लघुत्तम पदमा रूपान्तर गर
- (क) 75 cm र 1 m. (ख) 3 दिन र 3 हप्ता
 (ग) 6 घण्टा र 1 दिन (घ) 3 महिना र 1 वर्ष
 (ङ) 250 g. र 2 k.g. (च) 750 m.l. र 1 लिटर
3. तलका प्रत्येक अनुपातको तुलना गर
- (क) 3:5 र 7:8 (ख) 2:3 र 4:5
 (ग) 3:7 र 7:11 (घ) 3:7 र 5:9
 (ङ) 5:9 र 7:11 (च) 3:4 र 8:9
4. एउटा विद्यालयमा भएका 260 विद्यार्थीहरूमध्ये 182 केटाहरू रहेछन् भने निम्न अनुपात पत्ता लगाऊ
- (क) केटा र सम्पूर्ण विद्यार्थीहरू
 (ख) केटी र सम्पूर्ण विद्यार्थीहरू
 (ग) केटा र केटी
5. दुईओटा सङ्ख्याहरूको अनुपात 3:4 छ र दोस्रो सङ्ख्या 24 रहेछ भने
- (क) पहिलो सङ्ख्या कति रहेछ ?
 (ख) दुवै सङ्ख्याको फरक र योगफलको अनुपात कति हुन्छ ?
6. बाबुको र छोराको उमेरको अनुपात 5:2 छ र छोराको उमेर 14 वर्षको भए बाबुको उमेर कति होला ?
7. शिवले 20 पूर्णाङ्कको अङ्ग्रेजीमा 16 अङ्क, 25 पूर्णाङ्कको विज्ञानमा 18 अङ्क र 30 पूर्णाङ्कको गणितमा 25 अङ्क ल्याएछन् भने
- (क) अङ्ग्रेजी र विज्ञानमा कुनमा बढी राम्रो गरेछ ?
 (ख) विज्ञान र गणितमा कुनमा बढी राम्रो गरेछ ?
 (ग) सबभन्दा राम्रो कुन विषयमा गरेछ ?

4.1.3 समानुपातको धारणा (Concept of Proportion)

रामले आफूसँग भएको रु. 12 मा रु. 9 खर्च गरे । त्यस्तै श्यामसँग रु. 20 मा रु. 15 खर्च गरे । अब रामले खर्च गरेको र ऊसँग भएको रुपैयाँको अनुपात = $\frac{9}{12}$ वा $\frac{3}{4}$

श्यामले गरेको खर्च र ऊसँग भएको रुपैयाँको अनुपात = $\frac{15}{20}$ वा $\frac{3}{4}$

त्यसैले, $\frac{9}{12} = \frac{15}{20}$ हुन्छ ।

यसरी कुनै दुईओटा अनुपातहरू बराबर छन् भने ती अनुपातका पदहरू समानुपातमा हुन्छ। यहाँ पहिलो पद 9, दोस्रो पद 12, तेस्रो पद 15 र चौथो पद 20 हुन्छ।

a, b, c र d उस्तै प्रकारका चारओटा परिमाणमा a र b को अनुपात c र d को अनुपातसँग बराबर छ भने a, b, c र d समानुपातमा छन् भनिन्छ र यसलाई जनाउन $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ वा $a:b :: c:d$ लेखिन्छ।

उदाहरण 1

समानुपातमा रहेका तीनओटा पदहरू क्रमशः 1, 2, 3 छन् भने चौथो पद कति होला ?

उत्तर

चौथो पद x भए

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{x}$$

अथवा, $1 \times x = 2 \times 3$.

त्यसैले, $x = 6$

$$\left(\begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ भए} \\ a \times d = b \times c \text{ हुन्छ।} \end{array} \right.$$

उदाहरण 2

5 ओटा कलमको रु. 75 पर्छ भने 2 ओटा कलमको कति पर्ला ?

उत्तर

कलमलाई कलमसँग र मूल्यलाई मूल्यसँग अनुपात लिँदा -

$$\frac{5}{2} = \frac{\text{रु. } 75}{x}$$

(2 ओटा कलमको मूल्य = x मान्दा)

अथवा, $5 \times x = \text{रु. } 75 \times 2$

15

त्यसैले, $x = \frac{\text{रु. } 75 \times 2}{5}$

= रु. 30

अभ्यास 4.1 (ख)

- तल दिइएका 4 ओटा सङ्ख्याहरू समानुपातमा छन् वा छैनन् छुट्याऊ
(क) 3,4,9,12 (ख) 1,3,5,15 (ग) 4,5,8,12
(घ) 7,9,21,27 (ङ) 5,7,20,27 (च) 4,7,12,21
- समानुपातमा रहेका 4 ओटा सङ्ख्याहरूमध्ये पहिला 3 ओटा निम्न अनुसार छन् भने चौथो पद पत्ता लगाऊ
(क) 1,4,5 (ख) 3,7,9 (ग) 16,12,4
(घ) 6,9,4 (ङ) 12,20,6 (च) 27,45,18
- एउटा आयतकार खेतको लम्बाइ र चौडाइको अनुपात 5:3 छ र चौडाइ 60 m. भए
(क) लम्बाइ कति रहेछ ?
(ख) परिमिति कति रहेछ ?
- 6 किलो स्याउको मूल्य रु. 240 पर्छ भने $2\frac{1}{2}$ किलो स्याउलाई कति पर्ला ?
- एउटा घरको नक्सा बनाउँदा लम्बाइ 5 cm र चौडाइ 3 cm राखेर बनाएको रहेछ । यदि वास्तविक लम्बाइ 15 m रहेछ भने चौडाइ कति रहेछ ?
- कैलाशले होन्डा मोटरसाइकल चढेर 3 लिटर पेट्रोलले 180 कि.मि. दूरी पार गरेछन् । अरू 150 कि.मि. दूरी पार गर्न कति पेट्रोल चाहिएला ?

4.2 प्रतिशत

(Percentage)

रामले पूर्णाङ्क 100 मा 45 अङ्क प्राप्त गरेछ । यसलाई $\frac{45}{100}$ लेखिन्छ । अब $\frac{45}{100}$ लाई प्रतिशतमा लेख्दा 45 प्रतिशत वा 45% लेखिन्छ । चिन्ह % ले प्रतिशत भन्ने जनाउँछ । हर 100 भएको भिन्नलाई प्रतिशत भन्दछन् ।

उदाहरण 1

एउटा टोकरीमा 8 ओटा स्याउ थिए । 2 ओटा स्याउ बिग्रेका रहेछन् भने कति प्रतिशत स्याउ बिग्रेका रहेछन् ?

उत्तर

बिग्रेका स्याउको सङ्ख्या = 2

टोकरीमा भएको जम्मा स्याउको सङ्ख्या = 8

$$\text{अब } \frac{2}{8} = \frac{2}{8} \times 100\%$$

$$= \frac{1}{4} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

अर्को तरिकाले गर्दा-

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$= 0.25 \times 100\%$$

$$= 25\%$$

$$(0.25 \times 100 = 25.00)$$

उदाहरण 2

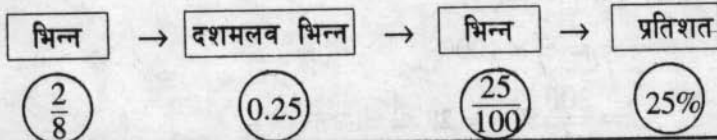
75% लाई भिन्नमा बदल ।

उत्तर यहाँ, प्रतिशतको अर्थ अनुसार

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{3}{4}$$

माथिका उदाहरणहरूमा

- $\frac{2}{8}$ एउटा भिन्न हो । यसलाई प्रतिशतमा बदलन 100% ले गुन्नुपर्छ ।
- $\frac{2}{8} = 0.25$ एउटा दशमलव भिन्न हो र $0.25 = \frac{25}{100}$ एउटा भिन्न हो जसले 25% जनाउँछ । त्यसैले भिन्न, दशमलव र प्रतिशतको सम्बन्ध निम्नानुसार देखाउन सकिन्छ ।



नियम: (क) प्रतिशतलाई भिन्नमा परिणत गर्दा % चिन्ह हटाई 100 ले भाग गर्नुपर्छ ।

(ख) भिन्नलाई प्रतिशतमा परिणत गर्दा % चिन्ह राखी 100 ले गुणा गर्नुपर्छ ।

उदाहरण 3

एउटा टोकरीमा 12 ओटा अन्डा रहेछन् । 75% अन्डा फुटेछन् भने-

(क) कति ओटा अन्डा फुटेछन् ?

(ख) कति ओटा अन्डा ठीक छन् ?

उत्तर यहाँ,

(क) 12 को 75%

$$= 12 \times \frac{75}{100}$$

3

$$= \cancel{12} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \text{ हो ।}$$

$$= 12 \times \frac{3}{4}$$

$$= 3 \times 3$$

$$= 9 \text{ ओटा अन्डा फुटेका छन् ।}$$

(ख) 12 ओटामा 9 ओटा अन्डा फुटेपछि बाँकी अन्डा $12 - 9 = 3$ ओटा ठीक छन् ।

उदाहरण 4

एउटा काममा खटिएका 7 जना मानिसहरूमध्ये दुई जनाले काम छाडेर गए भने कति प्रतिशतले काम छाडेछन् ?

उत्तर

काम छाडेर गएका मानिसहरूलाई भिन्नमा व्यक्त गर्दा, $\frac{2}{7}$

प्रतिशतमा निकाल्दा,

$$\frac{2}{7} = \frac{2}{7} \times 100\%$$

$$= \frac{200}{7} \% = 28 \frac{4}{7} \% \text{ उत्तर}$$

अभ्यास 4.2

1. तलका प्रत्येक भिन्नलाई प्रतिशतमा परिणत गर

(क) $1\frac{3}{5}$ (ख) $2\frac{7}{8}$ (ग) $3\frac{1}{20}$

(घ) $2\frac{3}{25}$ (ङ) $1\frac{5}{16}$

2. तलका प्रत्येक प्रतिशतलाई भिन्नमा रूपान्तर गर

(क) $55\frac{1}{2}\%$ (ख) $57\frac{2}{3}\%$ (ग) $60\frac{1}{4}\%$

(घ) $70\frac{2}{5}\%$ (ङ) $90\frac{3}{5}\%$

3. मान पत्ता लगाऊ

(क) रु. 12 को 25% (ख) 1 घण्टाको 10%

(ग) 20 kg. को 5% (घ) 5 लिटरको 20%

(ङ) 2 km को 40% (च) 30 cm को 25%

4. विशालले 600 पूर्णाङ्कको परीक्षामा 80% ल्याई प्रथम भयो भने विशालले कति अङ्क प्राप्त गरेको रहेछ ?

5. पवनले आफूसँग भएको रु. 2500 बाट 37% खर्च गर्‍यो भने

(क) पवनले कति खर्च गरेछ ?

(ख) ऊसँग कति बाँकी छ ?

6. एउटा कक्षामा 12 जना केटीहरू र 18 जना केटाहरू रहेछन्

(क) कति प्रतिशत केटीहरू रहेछन् ?

(ख) कति प्रतिशत केटाहरू रहेछन् ?

7. एउटा कक्षामा भएका 36 जना विद्यार्थीहरूमध्ये 9 जना गएल भएछन् भने

(क) कति प्रतिशत हाजिर भएछन् ?

(ख) कति प्रतिशत गयल भएछन् ?

8. एउटा परीक्षामा 40 जना विद्यार्थीहरूमध्ये 5 जना फेल भएछन् भने
- (क) कति प्रतिशत फेल भएछन् ?
- (ख) कति प्रतिशत पास भएछन् ?
9. बैङ्कमा वार्षिक 9% व्याज दरमा 1 वर्षका लागि रु.500 जम्मा गर्दा कति व्याज आउँछ ?
10. रामले आफूसँग भएको रु.500 मा आफ्नो छोरा हरिलाई 55% र बाँकी अर्को छोरा सन्तोषलाई दिएछ । अब प्रत्येकले कति-कति रुपैयाँ पाएछन् ?
11. यमुनाले आफूसँग भएको रु. 2500 मा 37% खर्च गरी बाँकीको 60% बैङ्कमा जम्मा गरेछ भने
- (क) कति रकम खर्च गरेछ ?
- (ख) कति रकम बैङ्कमा जम्मा गरेछ ?
- (ग) उसँग कति रकम बाँकी हुन्छ ?

4.3 नाफा नोक्सान

(Profit and Loss)

कुनै व्यापारीले केही रुपैयाँ तिरेर केही वस्तुहरू किन्छ । व्यापारीले तिरेको रुपैयाँलाई किनेको मूल्य (Cost Price) भनिन्छ । अर्थात् किनेको मूल्य भनेको क्रय मूल्य हो । उसले केही नाफा (Profit) वा नोक्सान (Loss) सहेर ग्राहकलाई बेच्छ । ग्राहकले तिरेको मूल्यलाई बेचेको मूल्य (Selling Price) भनिन्छ । अर्थात् बेचेको मूल्य भनेको बिक्रय मूल्य हो । किनेको मूल्यभन्दा बेचेको मूल्य बढी हुँदा नाफा हुन्छ र कम हुँदा नोक्सान हुन्छ ।

$$\begin{aligned} \text{नाफा} &= \text{बिक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \\ \text{नोक्सान} &= \text{क्रय मूल्य} - \text{बिक्रय मूल्य} \end{aligned}$$

उदाहरण 1

विशाल बजारको एउटा व्यापारीले रु.900 तिरेर किनेको घडी रु.950 मा बेच्दा कति नाफा कमाएछ ?

उत्तर यहाँ,

$$\begin{aligned} \text{क्रय मूल्य} &= \text{रु. 900} \\ \text{बिक्रय मूल्य} &= \text{रु. 950} \\ \text{नाफा} &= \text{क्र. मू. - बि. मू.} \\ &= \text{रु. 950 - रु. 900} \\ &= \text{रु. 50} \end{aligned}$$

उदाहरण 2

राकेशले रु.300 मा किनेको साडी टार्जनलाई रु.275 मा बेच्नु पर्दा कति नोक्सान हुन्छ ?

उत्तर यहाँ,

$$\begin{aligned} \text{क्रय मूल्य} &= \text{रु. 300} \\ \text{बिक्रय मूल्य} &= \text{रु. 275} \\ \text{नोक्सान} &= \text{क्र. मू. - बि. मू.} \\ &= \text{रु. 300 - रु. 275} \\ &= \text{रु. 25} \end{aligned}$$

उदाहरण 3

5 किलोग्राम सुन्तला रु.75 मा किनेर (क) रु.5 नाफा राखी कतिमा बेच्नु पर्ला ? (ख) रु.5 नोक्सान सहनु पर्ने कतिमा बेच्नु पर्ला ?

उत्तर

$$\begin{aligned} \text{(क)} \quad \text{क्र.मू.} &= \text{रु. 75} \\ \text{नाफा} &= \text{रु. 5} \\ \text{बि.मू.} &= \text{क्र.मू. + नाफा} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \text{रु. } 75 + \text{रु. } 5 \\
&= \text{रु. } 80 \\
\text{(ख) क्र.मू.} &= \text{रु. } 75 \\
\text{नोक्सान} &= \text{रु. } 5 \\
\text{बि.मू.} &= \text{क्र.मू.} - \text{नोक्सान} \\
&= \text{रु. } 75 - \text{रु. } 5 \\
&= \text{रु. } 70
\end{aligned}$$

अभ्यास 4.3

1. तलका प्रत्येक अवस्थामा नाफा वा नोक्सान पत्ता लगाऊ

क्रय मूल्य	बिक्रय मूल्य
(क) रु. 300	रु. 315
(ख) रु. 775	रु. 725
(ग) रु. 590	रु. 460
(घ) रु. 520	रु. 550
(ङ) रु. 380	रु. 400

- एक दर्जन कापी रु. 55 मा किनेर रु. 60 का दरले बेच्दा कति नाफा हुन्छ ?
- एउटा रेडियो रु. 875 मा किनेर रु. 925 मा बेच्दा कति नाफा हुन्छ ?
- विशालले एउटा स्वीटर रु. 390 मा किनेर रु. 375 मा बेच्दा नाफा वा नोक्सान कति भयो पत्ता लगाऊ ।
- धुवले खेलकुद ड्रेस रु. 1750 मा किनेर रु. 1690 मा बेच्नु परेछ भने उसलाई कति नाफा वा नोक्सान भयो, पत्ता लगाऊ ।
- खासाबाट रु. 400 तिरेर किनेको रेडियो काठमाडौंमा रु. 60 नाफा राखेर बेच्नु पर्दा कतिमा बेच्नुपर्दछ ?
- एउटा फलफूल पसलेले एक भारी सुन्तला रु. 700 मा किनेछ । केही सुन्तला कुहिएको रहेछ र बाँकी सुन्तला बेच्दा उसलाई रु. 190 नोक्सान परेछ भने बेचेको मूल्य कति रहेछ ?

8. एउटा छाता रु. 172 मा किनेर रु. 18 नाफा राखी बेच्दा कतिमा बेचनु पर्ला ?
9. सुनिताले 285 वटा स्याउ रु. 570 मा किनिछन् । तर यी मध्ये 36 वटा बिग्रेको पाइएछ र बाँकी भएको सट्टे स्याउ प्रत्येकको 1/1 रुपैयाँको नाफा राखेर सबै बेचिछन् ।

अब

- (क) सुनिताले एउटा स्याउका लागि कति रुपैयाँ तिरिछन् ?
- (ख) वास्तवमा कति वटा स्याउ बिक्री भएछन् ?
- (ग) उनको जम्मा आमदानी कति रहेछ ?
- (घ) उनको नाफा कति भयो ?

5. तथ्याङ्क शास्त्र

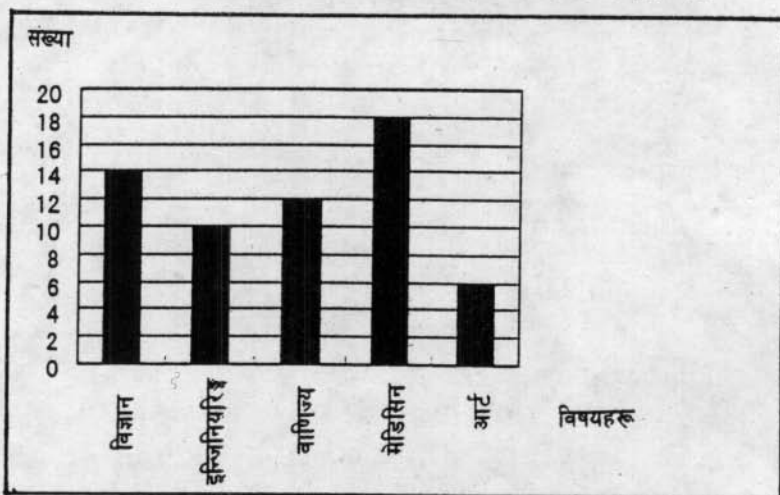
(Statistics)

5.1 स्तम्भ लेखाचित्र

(Bar Graph)

उदाहरण 1

S.L.C पास गरेपछि तिमी कुन विषय पढ्न चाहन्छौ भनी केही विद्यार्थीलाई अन्तरवार्ता लिँदा प्राप्त जानकारीलाई चित्र नं.5.1 को स्तम्भ लेखाचित्रमा देखाएको छ । स्तम्भ लेखाचित्र राम्रोसँग हेर र यसको तल सोधिएका प्रश्नको जवाफ देऊ -



चित्र नं.5.1

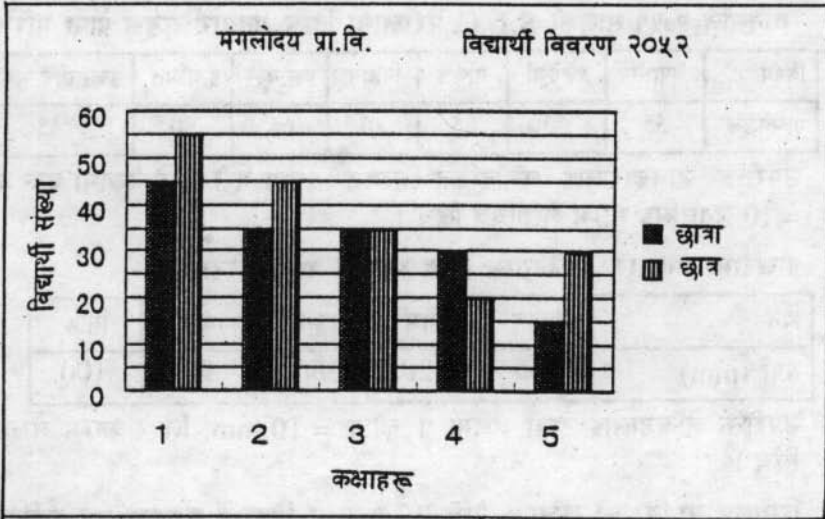
- लेखाचित्रमा स्तम्भको उचाइले के जनाएको छ ?
- लेखाचित्रमा दुईओटा स्तम्भ बीचको दूरी बराबर छ ?
- जानकारीलाई स्तम्भ लेखाचित्रमा किन देखाएको होला ?
- सबभन्दा बढी विद्यार्थीले कुन विषय पढ्न मन पराएका रहेछन् ?
- सबभन्दा कम विद्यार्थीले रुचाएको विषय के हो ?
- सम्पूर्ण विद्यार्थी सङ्ख्याको कति प्रतिशत विद्यार्थीले विज्ञान पढ्न मन पराए ?

स्तम्भ लेखाचित्र बारे निम्न कुराहरू थाहा पाई राख

- जानकारीलाई स्तम्भ लेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्दा बुझ्न र तुलना गर्न सजिलो पर्छ ।
- स्तम्भ लेखाचित्र बनाउन सजिलो छ ।
- स्तम्भ लेखाचित्र बनाउँदा स्तम्भको चौडाइ बराबर हुनुपर्छ र लम्बाइले जानकारीको सङ्ख्या बताउँछ र दुईओटा स्तम्भहरू बीचको दूरी एउटै हुनुपर्छ ।

उदाहरण 2

मङ्गलोलदय प्रा.वि. का कक्षा एकदेखि पाँचसम्मको विद्यार्थीविवरण चित्र नं.5.2 को स्तम्भ लेखाचित्रमा देखाएइको छ । स्तम्भ लेखाचित्र राम्रोसँग पढ र लेखाचित्रको तल दिइएका प्रश्नको जवाफ देऊ



चित्र नं.5.2

- स्तम्भ चित्र केको विषयमा रहेछ ?
- चित्र नं.5.1 चित्र नं.5.2 को स्तम्भ चित्रहरूमा के फरक छ ?
- स्तम्भ चित्रमा ठाडोतिरको एक कोठाले कति विद्यार्थी जनाएको छ ?

- (घ) सबभन्दा बढी र सबभन्दा कम विद्यार्थी कुन-कुन कक्षामा रहेछन् ?
- (ङ) छात्र र छात्रा बराबर भएको कक्षा कुन हो ?
- (च) कुन कक्षामा छात्रभन्दा छात्राको सङ्ख्या बढी छ ?
- (छ) सम्पूर्ण विद्यार्थी सङ्ख्याको कति प्रतिशत छात्राहरू रहेछन् ?

एकभन्दा बढी आपसमा सम्बन्धित आँकडालाई प्रस्तुत गरिएको बहुस्तम्भ लेखाचित्रलाई (Multiple Bar Graph) भनिन्छ । दुईओटा आपसमा सम्बन्धित आँकडालाई प्रस्तुत गरिएको चित्र नं. 5.2 को स्तम्भ लेखाचित्रलाई बहुस्तम्भ लेखाचित्र भनिन्छ । बहुस्तम्भ लेखाचित्रको रचना गर्दा पनि स्तम्भको चौडाइ बराबर र लम्बाइले सङ्ख्या जनाउने गरी निर्माण गरिन्छ ।

अभ्यास 5.1

1. मनिसाले २०५१ सालको S.L.C. परीक्षामा निम्न अनुसार अङ्क प्राप्त गरिन्

विषय	नेपाली	अङ्ग्रेजी	गणित	विज्ञान	व्या. कृषि	इ. गणित	इच्छाधीन भूगोल
प्राप्ताङ्क	55	60	85	75	65	90	45

उपरोक्त जानकारीलाई वर्णाङ्कित कागज प्रयोग गरी ठाडो रेखामा एक कोठा = 10 जना लिई स्तम्भ लेखाचित्र खिंच ।

2. पोखरामा लगातार 5 दिनसम्म निम्न अनुसार पानी परिरह्यो

दिन	आइत	सोम	मङ्गल	बुध	बिहि
वर्षा (mm)	135	120	80	90	100

उपरोक्त आँकडालाई ठाडो अक्षमा 1 कोठा = 10 mm. लिएर स्तम्भ लेखाचित्र खिंच ।

3. हिमालय मा.वि. को कक्षा 6 देखि 10 सम्मको विद्यार्थी सङ्ख्या तल तालिकामा देखाएको छ

कक्षा	6		7		8		9		10	
	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र	छात्रा	छात्र
विद्यार्थी सङ्ख्या	10	22	16	28	20	18	14	36	16	30

उपरोक्त जानकारीलाई ठाडो अक्षमा 1 कोठा =.4 विद्यार्थी लिएर बहुस्तम्भ लेखाचित्र खिँच ।

4. नेपालमा आउने पर्यटकहरूलाई भारतका र पश्चिमी मुलुकका गरी दुई वर्गमा विभाजन गरिएको छ । 1989 देखि 1993 सम्ममा नेपालमा उपरोक्त दुई वर्गका पर्यटकहरू निम्न सङ्ख्यामा आए

साल	1989		1990		1991		1992		1993	
	भा.	प.	भा.	प.	भा.	प.	भा.	प.	भा.	प.
पर्यटक सङ्ख्या (हजारमा)	12	15	20	22	25	23	28	24	30	24

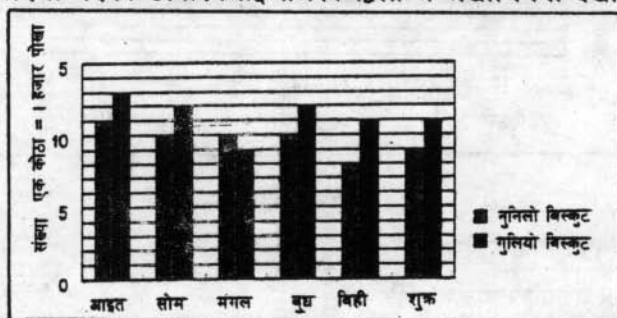
उपरोक्त जानकारीलाई ठाडो अक्षमा एक कोठा = 2000 पर्यटक जनाई बहुस्तम्भ लेखाचित्र खिँच ।

5. एउटा विद्यालयमा विद्यार्थीहरू निम्न अनुसारका सबारी साधन प्रयोग गरी बा हिँडेर विद्यालयमा आउँछन्

विद्यालय आउने तरिका	हिँडेर		बसबाट		कारबाट		मोटरसाइकल बाट		साइकलबाट	
	केटा	केटी	केटा	केटी	केटा	केटी	केटा	केटी	केटा	केटी
विद्यार्थी सङ्ख्या	55	25	80	40	20	30	30	10	15	25

उपरोक्त जानकारीलाई बहुस्तम्भ लेखाचित्र बनाई प्रस्तुत गर ।

6. विराटनगर बिस्कृत फ्याक्ट्रीले ग्लुकोज र नुनिलो गरी दुई प्रकारका बिस्कृतहरू एक हप्ताभरिमा गरेको उत्पादनलाई तलको द्विस्तम्भ लेखाचित्रमा देखाएको छ



चित्र नं.5.3

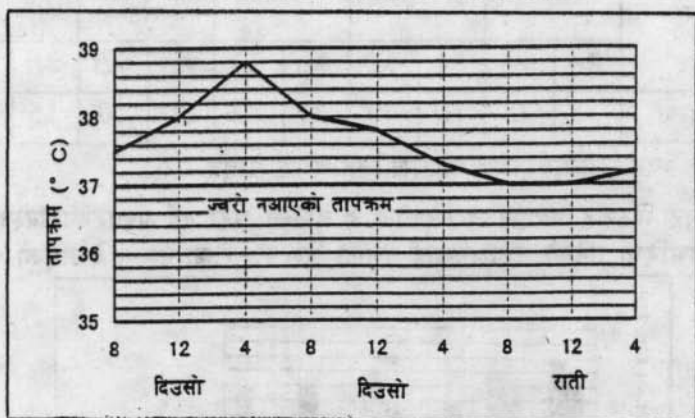
अब निम्न प्रश्नको उत्तर देऊ

- (क) कुन बारमा सबभन्दा धेरै बिस्कुट उत्पादन भएछन् ?
- (ख) कुन-कुन दिनमा सबभन्दा कम बिस्कुट उत्पादन भएछ ?
- (ग) कुन दिनमा नुनिलो बिस्कुट गुलियो बिस्कुटभन्दा बढी उत्पादन भएछ ?
- (घ) हप्ताका कुन दुई दिनमा बराबर सङ्ख्यामा बिस्कुट उत्पादन भएछ ?
- (ङ) विहिवारमा नुनिलो र गुलियो बिस्कुटहरू कति-कति उत्पादन गरिएछ ?

5.2 रेखाचित्र

(Line Graph)

कुनै निश्चित समय अवधिसँग सम्बन्धित जानकारीहरूलाई प्रस्तुत गर्दा समयलाई तेर्सो अक्ष (Horizontal axis) र आँकडा (Data) लाई ठाडो अक्षमा बिन्दुले जनाई बिन्दुहरूलाई क्रमशः जोड्दै जाँदा जुन लेखाचित्र (Graph) आउँछ त्यसलाई रेखाचित्र (Line graph) भनिन्छ । 2051 साल मङ्सिर 17 गते पोखरामा बिहान 5 बजेदेखि बेलुकी 5 बजेसम्मको तापक्रम तलको रेखाचित्रमा दिइएको छ ।



चित्र नं. 5.4

अब निम्न प्रश्नको जवाफ देऊ

- (क) बिहान 8 बजेको तापक्रम कति रहेछ ?
- (ख) बिहान 9 बजेको तापक्रम कति रहेछ ?

- (ग) 9 देखि 10 बजेको बीचमा तापक्रममा कति वृद्धि भएछ ?
 (घ) अधिकतम तापक्रम कति डिग्री सेल्सियस रहेछ ?
 (ङ) न्यूनतम तापक्रम कति रहेछ र कुन समयमा रहेछ ?
 (च) अधिकतम र न्यूनतम तापक्रममा कति फरक रहेछ ?
 (छ) कुन समयमा तापक्रम 17°C रहेछ ?
 (ज) बेलुका 8 बजे तापक्रम कति होला ? अनुमान गर ।

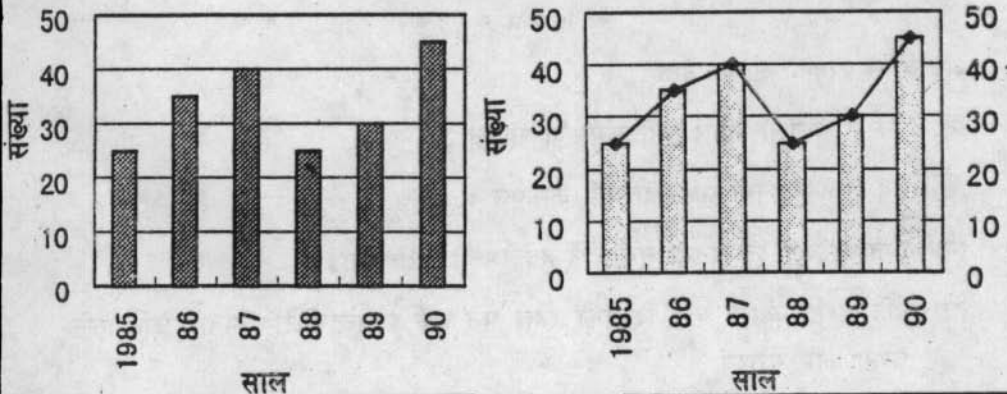
रेखाचित्रसम्बन्धी निम्न जानकारीहरू याद गर

- कुनै समयावधिसँग सम्बन्धित आँकडालाई रेखाचित्रद्वारा देखाउने चलन छ ।
- रेखाचित्रका बिन्दुहरू जोड्दा बन्ने आकृतिलाई broken line भनिन्छ ।
- स्तम्भ चित्रजस्तै रेखाचित्र पनि बुझ्न र तुलना गर्न सजिलो छ ।

स्तम्भ रेखाचित्रका स्तम्भको टुप्पाको मध्य बिन्दुलाई जोड्दै जाँदा बन्ने रेखाचित्र पनि रेखाचित्र (Line graph) को रूपमा हुने गर्छ । तलको उदाहरण हेर -

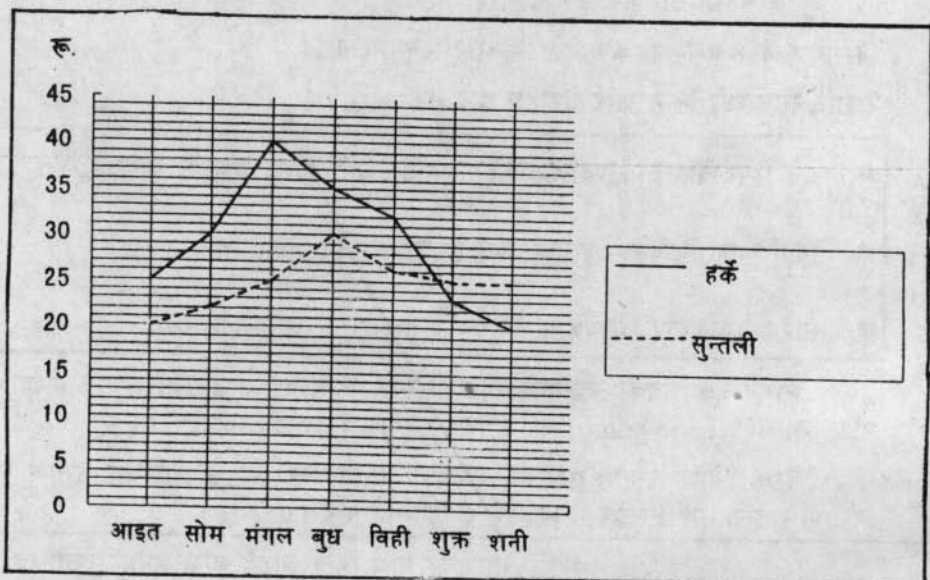
1985 देखि 1990 सम्ममा नारायण मा.वि.बाट S.L.C. परीक्षा उत्तीर्ण गर्ने विद्यार्थी सङ्ख्यालाई तलको स्तम्भचित्र र रेखाचित्रमा देखाएको छ ।

स्तम्भको मध्य बिन्दु जोड्दै जाँदा बनेको रेखाचित्र



चित्र नं. 5.5

एउटै समयावधिमा प्राप्त भएका उस्तै गुण जनाउने दुई प्रकारका आँकडालाई रेखाचित्र बनाई प्रस्तुत गर्दा दुईओटा रेखाचित्र देखिन्छन् र यस्तो रेखाचित्रलाई द्विरेखाचित्र भनिन्छ । यस्तो रेखाचित्रबाट आँकडाहरू बीचको तुलना एकै झलकमा सहजै गर्न सकिन्छ । चित्र नं.5.6 मा हर्के र उसकी श्रीमती सुन्तलीले प्रति दिन ज्यालादारीमा (Daily wages) काम गर्दा कमाएको एक हप्ताभरिको आम्दानी रेखाचित्र बनाई देखाएको छ ।



चित्र नं.5.6

अब निम्न प्रश्नको जवाफ देऊ

- हर्के र सुन्तली कसले बढी कमाउँदा रहेछन् ?
- हर्केले कुन दिनमा सबभन्दा बढी कमाएछ ?
- हप्ताका कुन दुई दिनमा सुन्तलीले हर्केलेभन्दा बढी कमाई ?
- प्रति घण्टा ज्याला रु.5 दिइएको रहेछ भने हर्के र सुन्तलीले शनिबार कति-कति घण्टा काम गरेछन् ?

अभ्यास 5.2

1. एक जना विद्यार्थीको 9 देखि 19 वर्षसम्मको उचाइ हरेक वर्ष जन्मदिनका दिन नापेर नापलाई तल तालिकामा प्रस्तुत गरेको छ

वर्ष	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
उचाइ (cm)	122	124	128	133	139	145	152	162	168	170	170

यो तथ्याङ्कलाई वर्गाङ्कित कागजमा 1 कोठा = 5cm नाप लिएर रेखाचित्र बनाई प्रस्तुत गर र निम्न प्रश्नको जवाफ देऊ

- (क) कुन दुई वर्षमा उचाइ 10/10 cm का दरले बढेछ ?
 (ख) कुन दुई वर्षमा उचाइ एउटै रह्यो ?
 (ग) विद्यार्थीको उचाइ 160 cm हुँदा उसको उमेर कति रहेछ ?

2. एउटा भकुन्डोलाई माथितर फ्याँकियो र हरेक $\frac{1}{2}$ सेकेन्डको अन्तरालमा भएको भकुन्डोको उचाइ तल तालिकामा देखाएको छ

समय (से.)	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4
उचाइ (m)	0	9	15	19	20	19	15	9	0

यो जानकारी अनुसारको रेखाचित्र खिँच र निम्न प्रश्नको जवाफ देऊ

- (क) भकुन्डो कति समयसम्म हावामा रहेछ ?
 (ख) भकुन्डो माथि फ्याँकेको कति समयपछि सबभन्दा बढी उचाइमा पुगेछ ?
 (ग) 15 m. को उचाइमा भकुन्डो कति-कति समयमा पुगेछ ?

3. तालिकामा विभिन्न उमेर समूहमा पर्ने केटा र केटीको औसत तौल दिइएको छ

उमेर वर्षमा	1	2	4	6	8	10	12	14	16
तौल (केजी) केटा	11	14	19	24	28	34	40	50	64
तौल (केजी) केटी	11	13	18	21	27	33	41	52	60

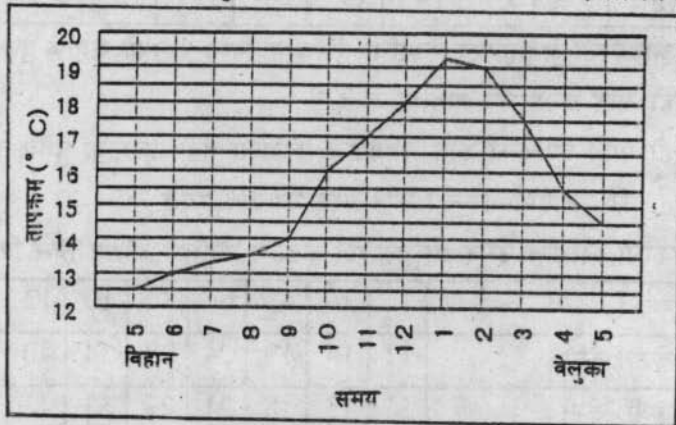
उपरोक्त जानकारीलाई बहुरेखाचित्र बनाई व्यक्त गर र निम्न प्रश्नको जवाफ देऊ

- (क) कति वर्षसम्म केटाहरूको तौल केटीको भन्दा बढी रह्यो ?
- (ख) कुन दुई वर्षमा केटीको तौल केटाको भन्दा बढी भयो ?
- (ग) 15 वर्षको उमेरमा केटा र केटीको तौल कति-कति kg. रहेछ, रेखाचित्रबाट अनुमान गर ।
- (घ) तौल 24 kg. हुँदा केटीहरूको उमेर कति थियो होला ? रेखाचित्रबाट अनुमान गर ।
4. 2051 साल पौष महिनाको पहिलो हप्ताका 7 दिनसम्म काठमाडौँ उपत्यकाको अधिकतम र निम्नतम तापक्रम निम्न अनुसार रहेको पाइयो

दिन (गते)	1	2	3	4	5	6	7
अधिकतम तापक्रम (0°C)	12	13	14	12	10	11	8
निम्नतम तापक्रम (0°C)	2	3	2	4	1	1	0

उपरोक्त आँकडालाई बहुरेखाचित्रमा प्रस्तुत गर

- (क) काठमाडौँमा कुन दिन बढी जाडो भएछ ?
- (ख) 8 र 9 गते तापक्रम कति-कति रहला ? अनुमान गर ।
5. विशाल बिरामी परेकोले कान्ति बाल अस्पतालमा भर्ना गरियो र हरेक 4/4 घण्टामा ज्वरो नापियो । दुई दिनसम्मको ज्वरोको नाप तल रेखाचित्रमा देखाएको छ ।



चित्र नं. 5.7

अध निम्न प्रश्नको जवाफ देउ

- (क) हरेक दिनमा कति पटक विशालको ज्वरो नापिएको रहेछ ?
- (ख) कुन दिन कुन समयमा तापक्रम एकदम बढी थियो ?
- (ग) कुन दिनको कति समय विशालको तापक्रम सामान्य (Normal) रह्यो ?
- (घ) रेखाचित्रमा के विशाललाई ज्वरो सन्चो भएको छ ?
- (ङ) कुन-कुन समयमा तापक्रम $38^{\circ}C$ रहेको छ ?

5.3 अवर्गिकृत आँकडाबाट मध्यक, मध्यिका र रीत पत्ता लगाउने (Finding the Mean, Median and Mode from Ungrouped Data)

5.3.1 अङ्कगणितीय मध्यक (Arithmetic Mean or Average)

श्याम र हरिले 100 पूर्णाङ्कको तीनओटा त्रैमासिक परीक्षामा गणित विषयमा निम्न अनुसार अङ्कहरू प्राप्त गरे ।

श्यामले पाएको अङ्क	65	50	80
हरिले पाएको अङ्क	60	65	65

अध निम्न प्रश्नको जवाफ देउ:

- (क) श्याम र हरिले प्राप्त गरेको अङ्कलाई प्रतिनिधित्व गर्ने एउटा-एउटा सङ्ख्या के हुनसक्छ ?
- (ख) श्याम र हरिले गणित विषयमा कसले त्रैमासिक परीक्षा राम्रो गरेको छ ?
- यहाँ, श्यामको अङ्कलाई प्रतिनिधित्व गर्ने

$$\begin{aligned}\text{अङ्क} &= \frac{65+50+80}{3} \\ &= \frac{195}{3} \\ &= 65\end{aligned}$$

र हरिको अङ्कलाई प्रतिनिधित्व गर्ने अङ्क

$$\begin{aligned} &= \frac{60+65+55}{3} \\ &= \frac{180}{3} \\ &= 60 \end{aligned}$$

यहाँ, श्याम र हरिले तीनओटै त्रैमासिक परीक्षाको अङ्कलाई प्रतिनिधित्व गर्ने अङ्कलाई अङ्कगणितीय मध्यक वा औसत अङ्क (Arithmetic Mean वा Average) भनिन्छ। तीनओटै परीक्षाको औसत अङ्कका आधारमा गणितको परीक्षामा श्यामले राम्रो गरेको छ भन्न सकिन्छ। यसरी औसत निकाल्दा हुने 2 ओटा फाइदा के-के हुन्, छलफल गरी लेख।

माथिको उदाहरणबाट

अङ्कगणितीय मध्यक = $\frac{\text{जम्मा परिमाण (Total Quantity)}}{\text{परिमाणको सङ्ख्या (Number of items)}}$ हुन्छ।

उदाहरण, 3,2,6,3,2,1,0,7 को

अङ्कगणितीय मध्यक	$= \frac{3+2+6+3+2+1+0+7}{8}$
	$= \frac{24}{8} = 3$

उदाहरण 1

एउटा विद्यालयमा कक्षा 7 का 30 जना विद्यार्थीहरूले हिज्जे (Spelling Context) प्रतियोगितामा निम्न अनुसार गल्ती गरेछन्।

1, 2, 3, 2, 5, 4, 5, 2, 3, 2,

5, 0, 2, 2, 5, 1, 2, 3, 5, 4,

2, 2, 5, 5, 2, 2, 2, 3, 4, 5

यो आँकडाबाट अङ्कगणितीय मध्यक (औसत हिज्जे गल्ती) कति रहेछ पत्ता लगाऊ।

उत्तर

तरिका 1

यहाँ, हिज्जेमा गरेको गलतीलाई जोड्दा,

$$1+2+3+2+5+4+5+2+3+2+5+0+2+2+5$$

$$1+2+3+5+4+2+2+5+5+2+2+2+3+4+5 = 90.$$

$$\begin{aligned} \text{त्यसैले, अङ्कगणितीय मध्यक} &= \frac{\text{जम्मा योगफल}}{\text{विद्यार्थी सङ्ख्या}} \\ &= \frac{90}{30} \\ &= 3 \end{aligned}$$

त्यसैले औसत गलती वा अङ्कगणितीय मध्यक = 3

तरिका 2

आँकडामा अङ्क 0 तीनपटक आएकोले योगफल	$= 0 \times 1 = 0$
आँकडामा अङ्क 1 दुईपटक आएकोले योगफल	$= 1 \times 2 = 2$
आँकडामा अङ्क 2 दशपटक आएकोले योगफल	$= 2 \times 12 = 24$
आँकडामा अङ्क 3 छपटक आएकोले योगफल	$= 3 \times 4 = 12$
आँकडामा अङ्क 4 दुईपटक आएकोले योगफल	$= 4 \times 3 = 12$
आँकडामा अङ्क 5 छपटक आएकोले योगफल	$= 5 \times 8 = 40$
योगफल	$= 90$

$$\begin{aligned} \text{त्यसैले, अङ्कगणितीय मध्यक} &= \frac{\text{जम्मा योगफल}}{\text{विद्यार्थी सङ्ख्या}} \\ &= \frac{90}{30} \\ &= 3 \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

तरिका 3

यो प्रक्रियालाई बारम्बार तालिका (Frequency Table) मा प्रस्तुत गर्दा .

अङ्क (x)	बारम्बारता (f)	$x \times f$
0	1	$0 \times 1 = 0$
1	2	$1 \times 2 = 2$
2	12	$2 \times 12 = 24$
3	4	$3 \times 4 = 12$
4	3	$4 \times 3 = 12$
5	8	$5 \times 8 = 40$
जम्मा	30	90

$$\begin{aligned}
 \text{त्यसैले, अङ्कगणितीय मध्यक} &= \frac{\text{जम्मा योगफल}}{\text{विद्यार्थी सङ्ख्या}} \\
 &= \frac{90}{30} \\
 &= 3 \text{ उत्तर}
 \end{aligned}$$

उदाहरण 2

एउटा 20 पूर्णाङ्कको गणितको परीक्षामा विद्यार्थीहरूले पाएको अङ्कलाई तलको बारम्बारता तालिकामा देखाएको छ ।

अङ्क (x)	5	8	10	12	15	18	20
विद्यार्थी सङ्ख्या (f)	2	5	8	10	12	2	1

तालिकाबाट अङ्कगणितीय मध्यक निकाल ।

उत्तर - तालिकालाई ठाडो रूपमा (Vertical) लेख्दा,

अङ्क (x)	बारम्बारता (f)	$x \times f$
5	2	$5 \times 2 = 10$
8	5	$8 \times 5 = 40$
10	8	$10 \times 8 = 80$
12	10	$12 \times 10 = 120$
15	12	$15 \times 12 = 180$

18	2	$18 \times 2 = 36$
20	1	$20 \times 1 = 20$
जम्मा	40	486

त्यसैले,

$$\begin{aligned} \text{अङ्कगणितीय मध्यक} &= \frac{\text{जम्मा अङ्क}}{\text{विद्यार्थी सङ्ख्या}} \\ &= \frac{486}{40} \\ &= 12.15 \text{ उत्तर} \end{aligned}$$

अभ्यास 5.3 (क)

1. तलका प्रत्येक आँकडाको अङ्क गणितीय मध्यक (Mean) निकाल

(क) 3,5,7,9,11

(ख) 2,4,6,8,10

(ग) 3,2,3,4,5,1

(घ) 5,8,12,15,14,12

(ङ) $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{4}$

2. तल दिइएका प्रत्येक बारम्बारता तालिकाको अङ्कगणितीय मध्यक निकाल

अङ्क (x)	बारम्बारता (f)	$x \times f$
2	2	
4	5	
6	8	
8	3	
10	2	
जम्मा		

अङ्क (x)	बारम्बारता (f)	$x \times f$
1	2	
3	3	
5	10	
7	4	
9	1	
जम्मा		

अङ्क (x)	बारम्बारता (f)	$x \times f$
12	5	
15	11	
18	15	
20	13	
22	6	
जम्मा		

अङ्क (x)	बारम्बारता (f)	$x \times f$
40	5	
45	9	
50	15	
55	13	
60	3	
जम्मा		

3. तलका प्रत्येक आँकडालाई बारम्बारता तालिका बनाई अङ्कगणितीय मध्यक (Arithmetic Mean) निकाल

(क) 0,5,4,3,6,5,2,2,1,4,7,2,2,6,5

(ख) 12,10,9,10,8,11,5,11,8,10,7,14,11,13,11

(ग) 15,20,12,21,21,14,9,9,9,22,22,20,14,20,15

(घ) 1,3,0,2,2,5,4,4,1,0,3,3,3,4,5,2,5,2,2,1

(ङ) 9,9,12,10,11,9,9,10,12,12,12,10,9,9,8,9

4. तल दिइएका प्रत्येक बारम्बारता तालिकाबाट अङ्कगणितीय मध्यक निकाल

(क) x	15	17	19	21	23	25
f	2	5	12	10	4	3

(ख) x	2	5	8	12	15
f	3	7	12	2	1

(ग) x	4	5	6	7	8	9	10
f	1	2	5	14	9	6	3

(घ) x	10	20	30	40	50	60	70
f	2	5	10	16	10	9	3

5. पूर्णाङ्क 10 को कक्षा परीक्षा (Class Test) मा कक्षा 7 का विद्यार्थीहरूले निम्न अनुसार अङ्कहरू प्राप्त गरेछन् ।

3,2,0,1,1,1,5,7,9,8,7,9,8,7,5

3,2,0,3,1,2,5,7,8,7,9,3,5,9,7

यो आँकडाको आधारमा बारम्बारता तालिका बनाई अङ्कगणितीय मध्यक निकाल । मध्यकमानभन्दा माथि र तल कति-कति विद्यार्थी रहेछन्, पत्ता लगाऊ ।

6. काठमाडौँको कुनै बडाको 50 ओटा घरमा कति-कति केटाकेटी छन् भनेर एउटा सर्वेक्षण गरिएकोमा निम्न आँकडा प्राप्त भयो ।

1,2,2,2,3,4,2,1,1,2,1,2,3,2,1,2,1,3,3,2,2,

1,0,4,3,2,2,1,3,1,2,3,2,2,3,1,1,2,2,3,2,4,3,

0,2,0,3,2,2

(क) उपरोक्त आँकडाको आधारमा अङ्कगणितीय मध्यक निकाल ।

(ख) 2 भन्दा बढी केटाकेटी हुनेहरू कति रहेछन् ?

(ग) केटाकेटीको सङ्ख्या औसतभन्दा तल भएका परिवार सङ्ख्या कति रहेछ ? (केटाकेटी नभएको सङ्ख्या पनि यसमा पर्छ ।)

5.3.2 रीत (Mode)

कक्षा 6 का 15 जना विद्यार्थीको तौल निम्न अनुसार भएको पाइयो ।

30kg, 32kg, 31kg, 30kg, 30kg, 32kg, 34kg, 30kg,

33kg, 32kg, 30kg, 30kg, 35kg, 34kg, 32kg,

उपरोक्त आँकडा अनुसार सबभन्दा बढी विद्यार्थी कुन तौलका रहेछन् ?

उपरोक्त आँकडालाई बारम्बारता तालिका बनाएर प्रस्तुत गर्दा -

तौल (kg मा)	विद्यार्थी सङ्ख्या
30	6
31	1
32	4
33	1
34	2

35	1
जम्मा	15

बारम्बारता तालिकाबाट कक्षा 6 का 15 विद्यार्थीहरूमध्ये 6 जनाको तौल 30kg रहेछ । बारम्बारता तालिकामा सबभन्दा बढी बारम्बारता भएको तौल 30kg हो । यसलाई रीत (Mode) भनिन्छ ।

सबभन्दा बढी बारम्बारता भएको आँकडालाई त्यो आँकडाको रीत (Mode) भनिन्छ । 2,3,2,4,2,5,2,7 मा 2 सबभन्दा बढी पटक दोहोरिएको छ । त्यसैले आँकडा 2,3,2,4,2,5,2,7 को रीत 2 हो ।

उदाहरण 1

विद्यार्थीहरूले कति नम्बरका जुत्ताहरू लगाउँदा रहेछन् भन्ने थाहा पाउनका लागि एउटा विद्यालयका 33 जना विद्यार्थीको जुत्ताको नम्बर (Size) नाप्दा निम्न अनुसार आँकडा प्राप्त भयो ।

3,5,4,4,7,7,7,8,8,9,5,4,6,8,6,6,6,8,6,
7,7,7,7,6,8,7,7,8,6,7,6,6,7.

उपरोक्त आँकडाबाट बारम्बारता तालिका बनाई -

- रीत पत्ता लगाऊ ।
- जड्कगणितीय मध्यक पत्ता लगाऊ ।
- 7 नम्बरभन्दा बढी साइजका जुत्ता कति विद्यार्थीहरूले लगाउँदा रहेछन् ?
- 7 नम्बरभन्दा साना साइजका जुत्ता कति विद्यार्थीहरूले लगाउँदा रहेछन् ?

उत्तर

बारम्बारता तालिका बनाउँदा

जुत्ताको साइज (x)	विद्यार्थी सङ्ख्या (f)	$x \times f$
3	1	$1 \times 3 = 3$
4	3	$4 \times 3 = 12$
5	2	$5 \times 2 = 10$
6	9	$6 \times 9 = 54$

(7	11)	$7 \times 11 = 77$
8	6 }	$8 \times 6 = 48$
9	1 }	$9 \times 1 = 9$
जम्मा	33	213

(क) बारम्बारता तालिकाबाट सबभन्दा बढी बारम्बारता 11 भएको जुत्ताको साइज = 7 नम्बर त्यसैले रीत = 7 नम्बर

(ख) अङ्कगणितीय मध्यक = $\frac{\text{जम्मा योगफल}}{\text{विद्यार्थी सङ्ख्या}} = \frac{213}{33} = 6.45$

(ग) 7 नम्बरभन्दा बढी साइज 8 र 9 नम्बर लगाउनेको सङ्ख्या = 7

(घ) 7 नम्बरभन्दा कम साइजका 3-6 नम्बरसम्मका लगाउने सङ्ख्या = 15

5.3.3 मध्यिका (Median)

सातओटा परिवारमा तपाईंको घरमा कति-कति केटाकेटी छन् भनेर सोधेकोमा निम्न अनुसारको आँकडा प्राप्त भयो ।

1, 2, 1, 0, 3, 5, 4.

यस आँकडालाई सानोबाट ठूलोतिर र ठूलोबाट सानोतिर लहरै मिलाएर लेख्दा -

0, 1, 1, 2, 3, 4, 5

5, 4, 3, 2, 1, 1, 0.

दुवै तरिकाले लेख्दा सङ्ख्या 2 ठीक बीचमा परेको छ । अथवा सङ्ख्या 2 को तल र माथिका आँकडाको सङ्ख्या बराबर छ । यहाँ सङ्ख्या 2 लाई दिइएको आँकडाको मध्यिका (Median) भनिन्छ ।

आँकडाहरूलाई सानोबाट ठूलोतिर वा ठूलोबाट सानोतिर लहरै मिलाएर लेख्दा ठीक बीचमा जुन अङ्क परेको हुन्छ, त्यसलाई मध्यिका (Median) भनिन्छ ।

उदाहरण 2

कक्षा 7 मा पढ्ने 9 जना विद्यार्थीको उमेर निम्न अनुसार पाइयो -

11, 15, 12, 13, 14, 16, 11, 12, 14

यसबाट मध्यिका पत्ता लगाऊ ।

उत्तर

दिइएको आँकडालाई सानोबाट ठूलो क्रममा मिलाएर लेख्दा,

$$\begin{array}{ccc} \underline{11,11,12,12,} & \textcircled{13} & \underline{14,14,15,16} \\ 4 \text{ ओटा} & \uparrow & 4 \text{ ओटा} \\ & \text{बीचमा परेको मान} & \end{array}$$

सङ्ख्या 13 ठीक बीचमा परेको छ । त्यसैले मध्यिका = 13 वर्ष

उदाहरण 3

तलको आँकडाबाट मध्यिका (Median) पत्ता लगाऊ ।

$$7,3,7,8,5,4,4,7$$

उत्तर

आँकडालाई सानोबाट ठूलो क्रम मिलाएर लेख्दा,

$$\begin{array}{ccc} \leftarrow 3,4,4,5, & \downarrow & 7,7,7,8 \rightarrow \\ 4 \text{ ओटा} & & 4 \text{ ओटा} \end{array}$$

बीचको मान यहाँ पर्छ ।

यहाँ आँकडाको सङ्ख्या जोर छ । त्यसैले ठीक बीचमा पर्ने कुनै आँकडा यहाँ छैन । यस्तो अवस्थामा बीचमा परेका दुईओटा आँकडाहरू 5 र 7 को अङ्कगणितीय मध्यक नै मध्यिका हुन्छ ।

$$\text{त्यसैले मध्यिका} = \frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ उत्तर}$$

अभ्यास 5.3 (ख)

1. तल दिइएका आँकडालाई बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर र रीत (Mode) पत्ता लगाऊ

(क) 2,2,2,7,8,3,2,6

(ख) 12,15,12,12,13,15,12,16,17,12

(ग) 14,12,13,14,15,12,13,11,10,12,13,12,14,12,15

(घ) 3,5,4,7,4,5,3,4,5,4,6,4

(ड) $4, 4\frac{1}{2}, 4, 5, 4\frac{1}{2}, 5, 5, 4\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}$

2. तलका प्रत्येक आँकडाबाट मध्यिका (Median) निकाल

(क) 1,2,2,3,4,5,2,1,6

(ख) 2,3,5,8,10,7,6,4,9

(ग) 9,11,15,5,4,16

(घ) 6,7,13,14,19

(ड) 8,2,5,8,12,14,13,16,17,18,8,17,12,2

3. 10 पूर्णाङ्कको अङ्क गणितको परीक्षामा विद्यार्थीहरूले प्राप्त गरेका अङ्कहरू निम्न अनुसार छ

2,0,3,2,8,8,8,2,3,5,7,8,6,6,5,6,4,3,10,9

4,9,4,7,5,8,5,10,9,9,8,8,7,5,5,8,6,3,8,1

उपरोक्त आँकडालाई बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर ।

(क) रीत कति रहेछ पत्ता लगाऊ ।

(ख) अङ्कगणितीय मध्यक कति रहेछ पत्ता लगाऊ ।

(ग) 8 भन्दा बढी अङ्क प्राप्त गर्ने विद्यार्थी कति छन् ?

(घ) 8 भन्दा कम अङ्क प्राप्त गर्ने विद्यार्थीहरू कति छन् ?

(ड) जम्मा कति जनाले परीक्षा दिएका रहेछन् ?

4. 30 जनाको एउटा कक्षामा 100 नम्बरको पूर्णाङ्कको परीक्षामा 5 जनाले 75 अङ्क, 4 जनाले 90 अङ्क, 7 जनाले 60 अङ्क, 9 जनाले 55 अङ्क र 5 जनाले 45 अङ्क प्राप्त गरेछन् । यो जानकारीलाई बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर

(क) अङ्कगणितीय मध्यक र

(ख) रीत पत्ता लगाऊ ।

5. तल दिइएको आँकडालाई (क) बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर

(ख) अङ्कगणितीय मध्यक निकाल (ग) रीत पत्ता लगाऊ

38, 29, 33, 35 32, 33, 35, 33

35, 32, 28, 38, 39, 35, 29, 32.

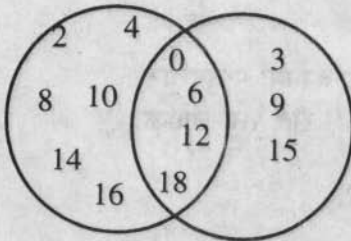
उत्तरमाला

शिक्षक तथा विद्यार्थीलाई निर्देशन

[उत्तरमालामा नपरेका अभ्यासका उत्तरहरू विद्यार्थीले गरेर शिक्षकलाई देखाउने र शिक्षकले हेरिदिने]

अभ्यास 1.1

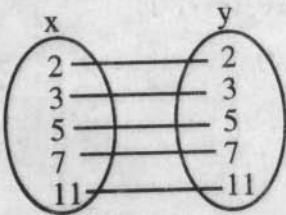
- (क) झूटो (ख) साँचो (ग) झूटो
(घ) झूटो (ङ) झूटो (च) झूटो
(छ) झूटो (ज) साँचो (झ) झूटो
- (क) $W = \{ \text{आइत, सोम, मङ्गल, बुध, बिही, शुक्र, शनि} \}$
(ख) $E = \{ 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 \}$
(ग) $O = \{ 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 \}$
- (i) खप्तिएका समूहहरू E र O
(ii) अलग्गएका समूहहरू W र E, W र O
- E O



- (क) $\{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$
(ख) $\{ 3, 6, 9, 12, 15 \}$
(ग) $\{ 2, 4 \}$
(घ) $\{ 2, 4, 6 \}$
(ङ) $\{ 1, 2, 4 \}$

अभ्यास 1.2

- $\{2, 4, 6\} = \{4, 2, 6\}; \{y, x\} = \{x, y\}$
 { अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरहरू } = { a, e, i, o, u }
 $\{1, 3, 5, 7\} = \{ \text{पहिलो 4 ओटा विजोर सङ्ख्याहरू} \}$
 $\{1, 4, 9, 16\} = \{9, 4, 1, 16\}$
- सबै बराबर समूहहरू समतुल्य पनि हुन्छन् । ती बाहेक निम्न समतुल्य छन् ।
 $\{2, 4, 6\} \sim \{x, y, z\}, \{1, 3, 5, 7\} \sim \{1, 4, 9, 16\}$
 $\{1, 3, 5, 7\} \sim \{9, 4, 1, 16\},$
 $\{1, 4, 9, 16\} \sim \{ \text{पहिलो 4 वटा विजोर सङ्ख्याहरू} \}$
 $\{4, 2, 6\} \sim \{x, y, z\} \{x, y\} \sim \{2, 6\}$
 $\{9, 4, 1, 16\} \{ \text{पहिलो 4 वटा विजोर सङ्ख्याहरू} \}$
- (क) $A = B$ (ख) $C = D$ (च) $K = L$
 (छ) $M = N$ (झ) $Q = R$
- (ग) $E \text{ र } F$ (घ) $G \text{ र } H$ (ङ) $I \text{ र } J$ (ज) $O \text{ र } P$
- $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ $B = \{10, 12, 14, \dots, 26\}$
 $C = \{7, 14, 21, \dots, 49\}$
 (b) $|n(A)| = 9, |n(B)| = 13$ र $|n(C)| = 7$
 (c) A र B समतुल्य छन् र कुनै पनि बराबर छैन ।
- $|n(A)| < |n(B)|$ भएकोले बराबर छैनन् । $|n(A)| = |n(B)|$ आवश्यक छ ।
- (क) (ख) सकिन्छ ।



8. (क) $|P|=4$ $|Q|=3$ $|R|=1$ $|S|=0$ $|T|=3$ $|U|=1$
 (ख) $Q \subset R$, $R \subset U$ (ग) $R \subset U$ (घ) $Q=T$

अभ्यास 1.3

1. (क) \emptyset (घ) \emptyset (ङ) \emptyset (छ) \emptyset

अभ्यास 1.4

1. (क) $\{\Delta\}$ (ख) $\{\square, \triangle\}$ (ग) $\{O, \odot\}$ (घ) $\{\ominus\}$
 (ङ) $\{\Delta, \square\}$, $\{\Delta, O\}$, $\{\Delta, \ominus\}$, $\{\Delta, \triangle\}$, $\{\Delta, \odot\}$,
 $\{\square, O\}$, $\{\square, \ominus\}$, $\{\square, \triangle\}$, $\{\square, \odot\}$,
 $\{O, \ominus\}$, $\{O, \triangle\}$, $\{O, \odot\}$, $\{\ominus, \triangle\}$, $\{\ominus, \odot\}$,
 $\{\triangle, \odot\}$

2. 15 ओटा

3. (क) $\{2, 3, 5, 7\}$ (ख) $\{4, 6\}$

(ग) $\{1, 3, 5, 7\}$ (घ) $\{2, 4, 6\}$

(ङ) $\{1, 2, 3, 6\}$

4. $\emptyset, \{a\}$

5. $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

6. $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}, \{a, b, c\}$

7. 6 का सबै र त्यस बाहेक $\{b, c, d\}, \{c, d, a\}, \{d, a, b\}$

$\{a, b, c, d\}$ $\{d\}$ $\{a, d\}$ $\{b, d\}$ र $\{c, d\}$

8.

समूह	सदस्य सङ्ख्या	उपसमूहको सङ्ख्या
{a}	1	2
{a, b}	2	4
{a, b, c}	3	8
{a, b, c, d}	4	16

अभ्यास 1.5

- (क) $M_6 = \{6. 12. 18. 24. 30. 36. \dots \dots \dots 90. 96\}$
 (ख) $M_8 = \{ 8. 16. 24. 36. 40. \dots \dots \dots 88. 96 \}$
 (ग) $n(M_6) > n(M_8)$
 (घ) $M_2 \supset M_6$
 (ङ) $M_6 \supset M_{24}, M_8 \supset M_{24}$

2. 11 भन्दा सानो पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह

अभ्यास 2.1

- (क) 3,05,674 → तीन लाख पाँच हजार छ सय चौहत्तर
 305,674 → Three hundred five thousand six hundred and seventy four.
 (ख) 35,96,876 → पैंतीस लाख छयानब्बे हजार आठ सय छयहत्तर
 3,596,876 → Three million five hundred ninety six thousand eight hundred and seventy six.
 (ग) 12,57,96,40,312 → बाह्र अरब सन्ताउन्न करोड छयानब्बे लाख चालीस हजार तीन सय बाह्र
 12,579,640,312 → Twelve billion five hundred seventy nine million six hundred forty thousand three hundred and twelve

- (घ) 3,00,00,50,201 → तीन अरब पचास हजार दुई सय एक
 3,000,050,201 → Three billion fifty thousand two hundred and one
- (ङ) 75,79,24,02,361 → पचहत्तर अरब उनासी करोड, चौबिस लाख दुई हजार तीन सय एकसष्टी
 75,792,402,361 → Seventy five billion seven hundred ninety two million four hundred two thousand three hundred and sixty one

2. (क) $168 \times 1000000 + 500 \times 1000 + 353 \times 1$
 (ख) $13 \times 1000000000 + 000 \times 1000000 + 000 \times 1000 + 060 \times 1$
 (ग) $17 \times 1000000000 + 006 \times 1000000 + 003 \times 1000 + 001 \times 1$
 (घ) $880 \times 1000000 + 302 \times 1000 + 015 \times$

3. (क) दश लाख (ख) एक हजार लाख

4. (क) 7,470,500 (चौहत्तर लाख सत्तरी हजार पाँच सय)
 (ख) 15,300,322,816 (पन्ध्र अरब तीस करोड तीन लाख बाइस हजार आठ सय सोह)
 (ग) 113,210,700,028 (एक खरब तेह्र अरब एकाइस करोड सात लाख अठ्ठाइस)
 (घ) 100,100,100,110 (एक खरब दश करोड एक लाख एक सय दश)
 (ङ) 9,007,003,007 (नौ अरब सत्तरी लाख तीन हजार सात)

5. (क) (ख)

बुध: छ करोड अन्ठानब्बे लाख कि.मि. Sixty nine millions and eight hundred thousand km

शुक्र: दश करोड उनान्ठानब्बे लाख कि.मि. One hundred eight million and nine hundred thousand km

पृथ्वी:	पन्ध्र करोड एक्काइस लाख कि.मि.	One hundred fifty two million and one hundred thousand km
मङ्गल:	चौबीस करोड बयानब्बे लाख कि.मि.	Two hundred forty nine millions and two hundred thousand km
बृहस्पति:	एकासी करोड साठी लाख कि.मि.	Eight hundred and sixteen million km.
शनि:	एक अरब पचास करोड अठासी लाख कि.मि.	One billion five hundred eight million and eight hundred thousand km
अरुण:	तीन अरब एकासी लाख कि.मि.	Three billion eight million and one hundred thousand km
बरुण:	चार अरब, चौबन्न करोड उनन्चास लाख कि.मि.	Four billion five hundred forty four million and nine hundred thousand km
यम:	सात अरब, अठ्तीस करोड असी लाख कि.मि.	Seven billion three hundred eighty eight million km

अभ्यास 2.2 (क)

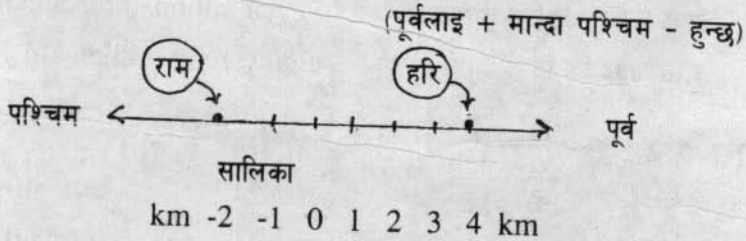
1. (क) 15	(ख) 12	(ग) 24	(घ) 40
(ड) 24	(च) 42	(छ) 36	(ज) 60
(झ) 18	(ञ) 48		
2. (क) 36	(ख) 36	(ग) 70	(घ) 140
(ड) 120	(च) 120	(छ) 72	(ज) 84
(झ) 36	(ञ) 120	(ट) 84	(ठ) 360
3. 12 बजे	4. 36 हप्तापछि	5. 70 जना	7. 12000 km

अभ्यास 2.2 (ख)

- | | | | |
|--|--------|--------|--------|
| 1. (क) 3 | (ख) 2 | (ग) 4 | (घ) 8 |
| (ङ) 3 | (च) 3 | (छ) 5 | (ज) 2 |
| 2. (क) 4 | (ख) 9 | (ग) 9 | (घ) 8 |
| (ङ) 12 | (च) 52 | (छ) 8 | (ज) 27 |
| 3. (क) 12 | (ख) 6 | (ग) 4 | (घ) 25 |
| (ङ) 24 | (च) 7 | (छ) 16 | (ज) 33 |
| 4. 60 जना, 3 स्याउ, 4 सुन्तला, | | | |
| 5. 25 जना, 9 केरा, 10 अम्बा र 12 नास्पती | 6. 20 | 7. 36 | |
| 8. पहिलो टोकरीबाट 16 ओटा, दोस्रोबाट 19 ओटाका दरले झिक्दा तेस्रो पटकमा दुवै टोकरी रिक्ता हुन्छन्। | | | |
| 9. 5 लिटर | | | |
| 10. 3 m लम्बाइ भएको वर्गाकार ढुङ्गा | | | |

अभ्यास 2.3

8. (क)



(ख) 6 km

अभ्यास 2.4

- | | | | |
|-----------------|--------------|--------------------|-----------|
| 1. (क) बेठीक | (ख) ठीक | (ग) ठीक | (घ) बेठीक |
| (ङ) ठीक | (च) ठीक | (छ) ठीक | (ज) बेठीक |
| 4. (क) 1 पश्चिम | (ख) 5 पश्चिम | (ग) 0 उद्गम बिन्दु | |

- (घ) 3 पश्चिम (ङ) 2 पश्चिम (च) 2 पूर्व
 (छ) 7 तल (ज) 1 माथि (झ) 2 दायाँ
 (ञ) 4 दायाँ

5. (क) शिक्षकलाई उत्तर देखाऊ । (ख) 1 cm

6. -296 7. -15, +19
 8. (क) 14° (ख) -10°
 9. (क) +70 (ख) +110 (ग) -40 (घ) +108
 10. (क) +3, -3 (ख) -5, +5 (ग) -7, +7
 11. (क) -41 (ख) -17 (ग) -40 (घ) -24

अभ्यास 2.5

1. (क) -15 (ख) -28 (ग) +48
 (घ) +16 (ङ) +720 (च) -221
 2. (क) +30 (ख) -60 (ग) +84
 (घ) +1680 (ङ) -1300 (च) -1040
 3. (क) +15 (ख) -16 (ग) +10
 (घ) -18 (ङ) -70 (च) +18
 5. (i) $-2 \times -1 = -1 \times -2$
 (ii) $-1 \times +1 = +1 \times -1$
 (iii) $+1 \times +2 = +2 \times +1$
 (iv) $+2 \times -1 = -1 \times +2$
 (v) $0 \times +2 = +2 \times 0$

यी बाहेक अरू पनि हुन सक्छन् ।

- | | | |
|-----------|--------|--------|
| 6. (क) -4 | (ख) -3 | (ग) -4 |
| (घ) +3 | (ङ) +3 | (च) +4 |
| 7. -3 | 8. -4 | 9. -3 |

अभ्यास 2.6

- | | | | | | |
|--------|-------|-------|--------|-------|---------|
| 1. 29 | 2. -6 | 3. 1 | 4. -8 | 5. 0 | 6. -24 |
| 7. -12 | 8. 49 | 9. 17 | 10. 39 | 11. 9 | 12. 100 |

अभ्यास 2.7

- | | | | | |
|------------------|------------|------------|-------------|--------|
| 1. (क) 1^2 | (ख) 2^2 | (ग) 3^2 | (घ) 5^2 | |
| (ङ) 6^2 | (च) 7^2 | (छ) 8^2 | (ज) 9^2 | |
| (झ) 10^2 | (ञ) 11^2 | (ट) 12^2 | (ठ) 13^2 | |
| 2. (क) 1 | (ख) 4 | (ग) 100 | (घ) 144 | |
| (ङ) 400 | (च) 2500 | (छ) 10000 | (ज) 15625 | |
| (झ) 19600 | (ञ) 40000 | (ट) 250000 | (ठ) 1000000 | |
| 3. (क) 1 | (ख) 4 | (ग) 9 | (घ) 16 | |
| (ङ) 81 | (च) 100 | (छ) 225 | (ज) 625 | |
| (झ) 10000 | (ञ) 15625 | (ट) 90000 | | |
| 4. (क) 5 | (ख) 6 | (ग) 8 | (घ) 9 | (ङ) 11 |
| (च) 18 | (छ) 35 | (ज) 42 | (झ) 55 | (ञ) 72 |
| 5. (क) 2 | (ख) 3 | (ग) 5 | (घ) 3 | (ङ) 7 |
| (च) 3 | (छ) 3 | (ज) 5 | (झ) 3 | (ञ) 2 |
| 6. 11 ओटा | 7. 34 | 8. 125 | 9. 6561 | |
| 10. (क) 4225 जना | (ख) 65 जना | | | |

अभ्यास 3.1 (क)

1. (क) $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ (ख) $\frac{9}{11} > \frac{7}{9}$ (ग) $\frac{13}{20} > \frac{8}{15}$
(घ) $\frac{9}{32} > \frac{11}{40}$ (ङ) $9\frac{3}{8} < 9\frac{5}{12}$

2. (क) $\frac{5}{9} < \frac{7}{12} < \frac{3}{5}$ (ख) $\frac{4}{25} < \frac{7}{16} < \frac{18}{35}$
(ग) $\frac{21}{25} < \frac{31}{36} < \frac{26}{30}$ (घ) $\frac{8}{15} < \frac{16}{25} < \frac{13}{20}$
(ङ) $\frac{13}{28} < \frac{10}{21} < \frac{13}{24}$

3. कृष्णले

4. श्यामले सबभन्दा कम र हरिले सबभन्दा बढी

अभ्यास 3.1 (ख)

1. (क) $1\frac{11}{20}$ (वा $\frac{31}{20}$) (ख) $1\frac{5}{36}$ (वा $\frac{41}{36}$) (ग) $-\frac{1}{10}$ (घ) $-\frac{1}{36}$

(ङ) $-\frac{7}{12}$ (च) $-\frac{47}{75}$ (छ) $2\frac{13}{24}$ (वा $\frac{61}{24}$) (ज) $-2\frac{7}{15}$ (वा $-\frac{37}{15}$)

2. (क) $\frac{11}{12}$ (ख) $\frac{5}{7}$ (ग) $2\frac{1}{3}$ (वा $\frac{7}{3}$) (घ) $-\frac{11}{12}$

(ङ) $-3\frac{7}{30}$ (वा $-\frac{97}{30}$) (च) $-\frac{17}{48}$ (छ) $4\frac{35}{39}$ (वा $-\frac{191}{39}$)

(ज) $-9\frac{137}{180}$ (वा $-\frac{1757}{180}$)

अभ्यास 3.1 (ग)

1. (क) $\frac{4}{15}$ (ख) $\frac{5}{12}$ (ग) $\frac{8}{45}$ (घ) $-\frac{9}{76}$
(ड) $\frac{2}{3}$ (च) $\frac{9}{8}$ (छ) $\frac{9}{5}$ (ज) $-\frac{5}{12}$
(झ) $\frac{22}{17}$ (ञ) $-\frac{11}{80}$ (ट) -135 (ठ) $\frac{125}{4}$
2. (क) $-\frac{100}{9}$ (ख) $\frac{81}{125}$ (ग) -1 (घ) $-\frac{119}{72}$
(ड) $-\frac{2}{19}$ (च) $\frac{60}{11}$ (छ) $\frac{4}{15}$ (ज) $-\frac{91}{24}$
3. (क) 420 (ख) 280
4. (क) रु. 180 (ख) रु. 200 8. $-\frac{6}{13}$

अभ्यास 3.2

1. (क) 0.6 अन्तहीन पुनरावृत्त (ख) 0.625 अन्त हुने
(ग) 0.6 अन्त हुने (घ) 0.714285 अन्तहीन पुनरावृत्त
(ड) 0.875 अन्त हुने (च) 5.83 अन्तहीन पुनरावृत्त
(छ) 3.0625 अन्त हुने (ज) 2.36 अन्तहीन पुनरावृत्त
2. (क) $\frac{1}{4}$ (ख) $\frac{137}{100}$ वा $1\frac{37}{100}$
(ग) $\frac{281}{40}$ वा $7\frac{1}{40}$ (घ) $\frac{9001}{1000}$ वा $9\frac{1}{1000}$
(ड) $\frac{2}{3}$ (च) $\frac{313}{99}$ वा $3\frac{16}{99}$ (छ) $\frac{23}{99}$ (ज) $\frac{15}{111}$

अभ्यास 3.3

1. (क) 7.269 (ख) 34.003 (ग) 48.146
(घ) 352.149
2. (क) 1.911 (ख) -0.097 (ग) 28.929
(घ) -0.001 (ङ) 9.795 (च) -2.092
3. (क) 15.225 (ख) 215.306 (ग) 445.608
(घ) 5.2185 (ङ) -13.5135 (च) 23.5196
(छ) 71.09375 (ज) 361.3116 (झ) -58.912
4. (क) 25.7 (ख) 206.8 (ग) -17.6
(घ) -14.35 (ङ) 3.23 (च) 127.3
(छ) -4532 (ज) 8582 (झ) 25
5. (क) -4.27 (ख) 25.83 (ग) 47.32
(घ) 11.44 (ङ) -9.7 (च) -4.5
(छ) -3.2 (ज) 0 (झ) $\frac{3}{5}$ वा 0.6
6. (क) 151.8 m (ख) 1379.3625 m²
7. (क) 13.69 m; (ख) 72.46 m
8. 8000 चक्कर 9. 15

अभ्यास 4.1 (क)

1. (क) $\frac{2}{3}$ (ख) $\frac{5}{14}$ (ग) $\frac{1}{3}$ (घ) $\frac{4}{5}$
(ङ) $\frac{3}{4}$ (च) $\frac{8}{7}$

2. (क) $\frac{3}{4}$ (ख) $\frac{1}{7}$ (ग) $\frac{1}{4}$ (घ) $\frac{1}{4}$
 (ङ) $\frac{1}{8}$ (च) $\frac{3}{4}$
3. (क) $3:5 < 7:8$ (ख) $2:3 < 4:5$ (ग) $3:7 < 7:11$
 (घ) $3:7 < 5:9$ (ङ) $5:9 < 7:11$ (च) $3:4 < 8:9$
4. (क) $7:10$ (ख) $3:10$ (ग) $7:3$
5. (क) 18 (ख) $1:7$ 6. 35 वर्ष
7. (क) अङ्ग्रेजी (ख) गणित (ग) गणित

अभ्यास 4.1 (ख)

1. (क) छन् (ख) छन् (ग) छैनन् (घ) छन्
 (ङ) छैनन् (च) छन्
2. (क) 20 (ख) 21 (ग) 3 (घ) 6
 (ङ) 10 (च) 30
3. (क) 100 m (ख) 320 m 4. ₹.100 5. 9 m
6. 2.5 लिटर

अभ्यास 4.2

1. (क) 160% (ख) 287.5% (ग) 305%
 (घ) 212% (ङ) 131.25%
2. (क) $\frac{111}{200}$ (ख) $\frac{173}{300}$ (ग) $\frac{241}{400}$
 (घ) $\frac{176}{250}$ (ङ) $\frac{453}{500}$
3. (क) ₹ 3 (ख) 6 मिनेट (ग) 1 kg
 (घ) 1 लिटर (ङ) 0.8 km (च) $7\frac{1}{2}$ cm

4. (क) 480 5. (क) रु.925 (ख) रु.1575
 6. (क) 40% (ख) 60%
 7. (क) 75% (ख) 25%
 8. (क) 12.5% (ख) 87.5% 9. रु.45
 10. हरिले रु.275 र सन्तोषले रु. 225
 11. (क) रु. 925 (ख) रु. 945 (ग) रु. 630

अभ्यास 4.3

1. (क) नाफा रु.15 (ख) नोक्सान रु.50
 (ग) नोक्सान रु.130 (घ) नाफा रु.30
 (ङ) नाफा रु.20
 2. रु.5 3. रु.50 4. नोक्सान रु.15 5. नोक्सान रु.60
 6. रु.460 7. रु.510 8. रु.190
 9. (क) रु. 2 (ख) 249 वटा (ग) रु. 747 (घ) रु. 17

अभ्यास 5.1

1 - 5 सम्म तिमीले खिचेको रेखाचित्र गुरुलाई देखाऊ

6. (क) आइतबार (ख) मङ्गलबार र बिहीबार (ग) मङ्गलबार
 (घ) सोम र बुधबार, मङ्गल र बिही
 (च) नुनिलो - 8 हजार, गुलियो - 11 हजार

अभ्यास 5.2

1. रेखाचित्र गुरुलाई देखाऊ

- (क) 15 र 16 वर्ष (ख) 18 र 19 वर्ष
 (ग) 15 वर्ष

2. रेखाचित्र गुरुलाई देखाऊ

- (क) 4 से. (ख) 2 से. (ग) 1 से र 3 से

3. रेखाचित्र गुरुलाई देखाऊ

- (क) 10 वर्ष (ख) 11 र 12 वर्ष
(ग) केटा 57 kg केटी 56 kg (घ) 7 वर्ष

4. रेखाचित्र गुरुलाई देखाऊ

- (क) 7 गते (ख) अधिकतम 8° भन्दा तल र न्यूनतम 0° भन्दा तल
5. (क) 6 पटक (ख) पहिलो दिन बेलुकी 4 बजे
(ग) भोलिपल्ट बिहान 8 बजेदेखि दिउँसो 12 बजेसम्म
(घ) छैन ।
(ङ) पहिलो दिन दिउँसो 12 बजे र राति 8 बजे ।

अभ्यास 5.3 (क)

1. (क) 7 (ख) 6 (ग) 3 (घ) 11 (ङ) 2
2. (क) 5.8 (ख) 4.9 (ग) 17.74 (घ) 50
3. बारम्बारता तालिका गुरुलाई देखाऊ, मध्यक
(क) 3.6 (ख) 10
(ग) 16.2 (घ) 2.6
(ङ) 10
4. (क) 20 (ख) 7.04
(ग) 7.45 (घ) 42
5. बारम्बारता तालिका गुरुलाई देखाऊ
मध्यक 4.8, मध्यकभन्दा तलको सङ्ख्या = 13, माथि 17
6. (क) मध्यक = 2 (ख) 14 परिवार (ग) 14

अभ्यास 5.3 (ख)

1. बारम्बारता तालिका शिक्षकलाई देखाऊ

- (क) 2 (ख) 12 (ग) 12 (घ) 4 (ङ) $4\frac{1}{2}$

2. (क) 2 (ख) 6 (ग) 10
(घ) 10 (ङ) 12

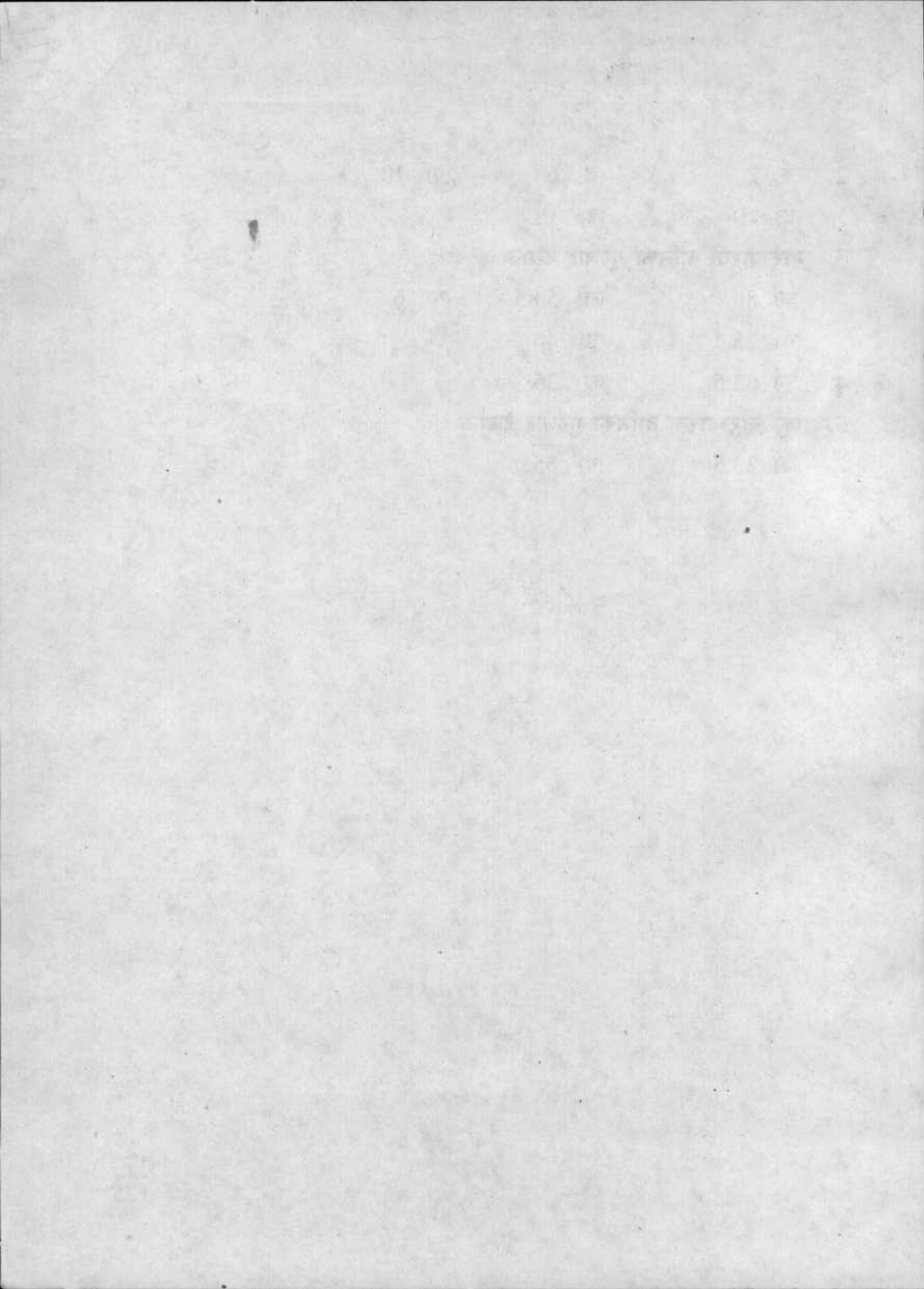
3. बारम्बारता तालिका गुरुलाई देखाऊ

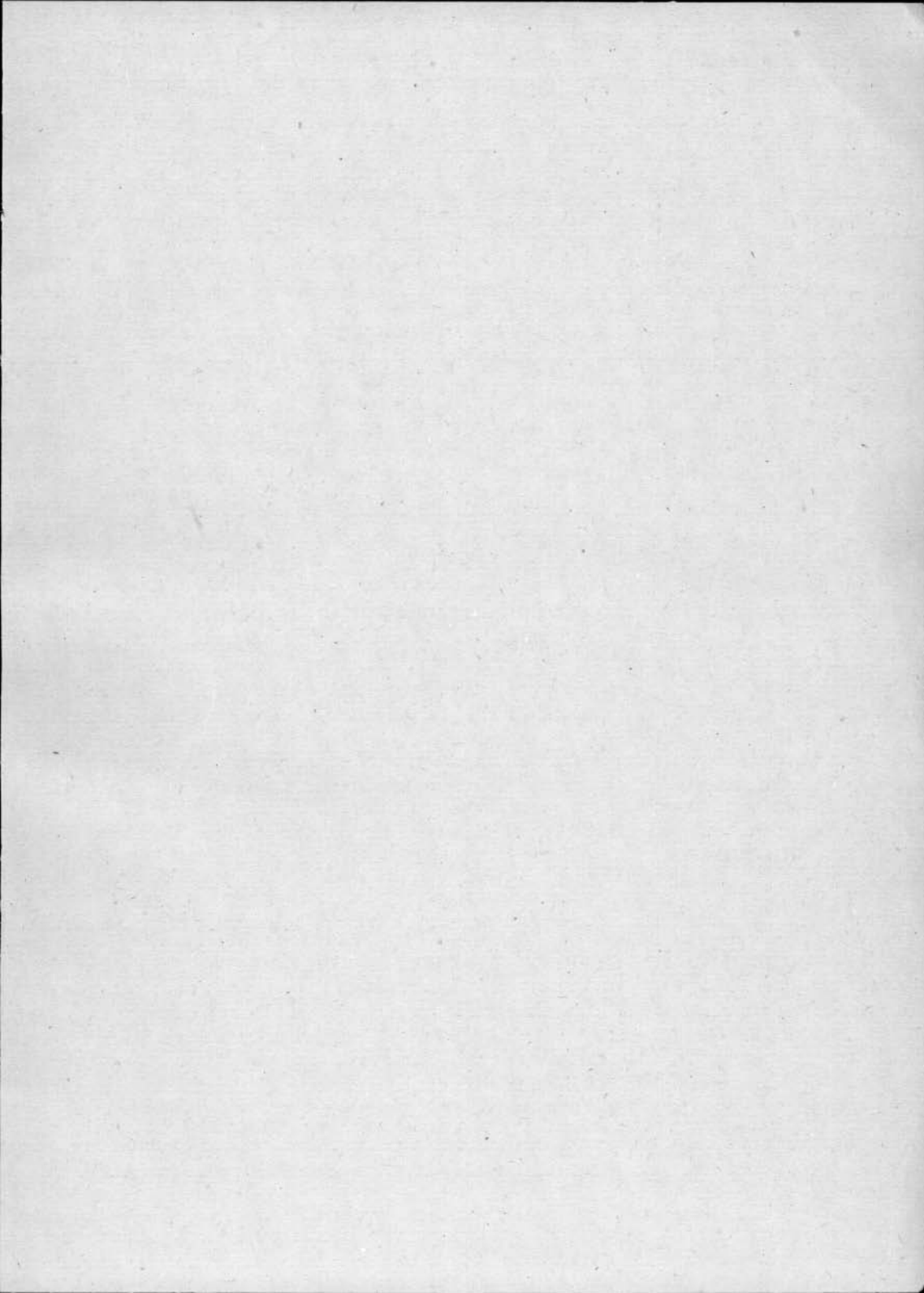
- (क) 8 (ख) 5.85 (ग) 6
(घ) 25 (ङ) 40

4. (क) 62.5 (ख) 55

5. (क) बारम्बारता तालिका गुरुलाई देखाऊ

- (ख) 33.5 (ग) 35







जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लि. (एजुकेशन प्रेस) मा मुद्रित ।