

Erstes Kapitel.

Grundbegriffe und Erklärungen.

1. Die Elementenpaare.

Eine jede Maschine kann aufgefaßt werden als eine bewegliche Verbindung starrer Körper, die infolge ihrer dauernden Berührungen in ihren gegenseitigen Bewegungen beschränkt sind. Die Teile der Körper, in denen sie sich berühren, heißen die Elemente der Maschine, oder auch kurz Elemente; je zwei sich berührende Elemente bilden ein sog. Elementenpaar.

So sind z. B. der Zapfen einer Welle und das ihn umschließende Lager ein Elementenpaar, ferner die Schraubenmutter und die Spindel, auf der sich erstere bewegt, endlich die beiden gerade in Berührung (im Eingriff) befindlichen Zähne eines Zahnräderpaares usw.

Die Art und Weise, wie die Elemente eines Paares in stetiger Berührung erhalten werden, nennt man die Schließung oder den Schluß des Paares. Man unterscheidet selbständig und unselbständig geschlossene Paare. Unter einem selbständig geschlossenen Paar versteht man ein solches, bei dem die Gestalt der Elemente den Schluß erzwingt, wie z. B. bei Schraubenmutter und -spindel, oder bei dem Zapfen und dem ihn umschließenden Lager. Unselbständig geschlossene Paare heißen die, bei denen der Schluß durch besondere Hilfsmittel erzielt wird. Man verwendet hauptsächlich zwei Arten des Schlusses, und zwar entweder den Kraftschluß, bei dem eine Kraft den Schluß herbeiführt, wie z. B. zwischen Schneide und Pfanne einer Hebelwage, wo die Schwere den Schluß erzwingt (s. Fig. 1), oder den Kettenschluß, der durch die Verbindung der Elemente mit anderen beweglichen Teilen der Maschine herbeigeführt wird, wie z. B. bei Daumenscheiben und Klinken in den Steuerungsmechanismen (s. Fig. 2).

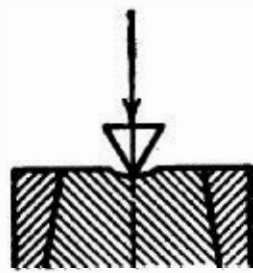


Fig. 1.

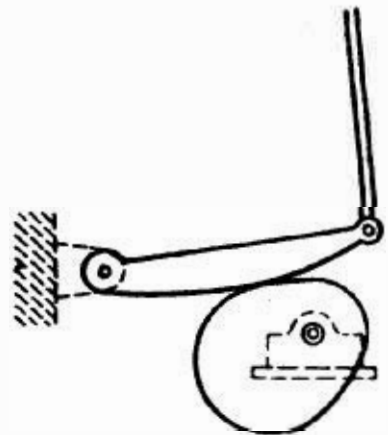


Fig. 2.

Die Elementenpaare werden in mehrfacher Hinsicht unterschieden, bzw. in Gruppen eingeteilt.

2. Unterscheidung nach dem Bewegungsgebiet.

Das Bewegungsgebiet, d. i. die Gesamtheit der Lagen eines Punktes des Elementes in seiner Bewegung gegen das andere Element des Paares kann entweder ein begrenzter Raum, eine Fläche oder eine Kurve sein. Demgemäß unterscheidet man:

- a) raumläufige Paare (Beispiel: Kugel und sie in einem größten Kreise berührender Hohlzylinder),
- b) flächenläufige Paare (Beispiel: das Kugelpaar oder Kugelgelenk, bei dem die Flächen konzentrische Kugelflächen sind),
- c) kurvenläufige Paare, deren Elemente sich so gegeneinander bewegen müssen, daß die Bahnen ihrer Punkte ganz bestimmte Kurven sind. Das wichtigste derartige Paar ist das Schraubenpaar, bei dem die Bahnkurven Schraubenlinien sind und seine Sonderfälle, das Drehkörperpaar (bei dem die Steigung der Schraubenlinien gleich Null ist) und das Prismenpaar (bei dem die Steigung unendlich groß ist).

3. Unterscheidung nach der Art der Berührung.

Die Berührung der Elemente kann erfolgen

- a) in Punkten. Beispiele: Kugel zwischen parallelen ebenen Platten, ferner die Präzisionsverzahnung von Olivier,
- b) in Kurven. Beispiele: Die Zahnflanken der Störn- und Kegelnzahnäder, die sich in Geraden berühren, ferner das Kreisringpaar, dessen Elemente sich in Kreisen berühren,
- c) in Flächen. Beispiele: Das Kugelpaar (Kugelgelenk), das Plattenpaar, das Kreiszyylinderpaar, das Schraubenpaar usf. Derartige Paare nennt man auch Umschlußpaare.

4. Unterscheidung nach dem Freiheitsgrade.

Jede Elementarbewegung eines freien starren Körpers läßt sich bekanntlich zurückführen auf drei Schiebungen längs dreier nicht in einer Ebene liegenden Geraden und drei Drehungen um diese Geraden. Da diese sechs Bewegungen beim freien Körper keiner Beschränkung unterworfen sind, so sagt man, der freie Körper habe sechs Grade der Freiheit. Der Freiheitsgrad vermindert sich bei dem nicht frei beweglichen Körper, und zwar um die Zahl der Bewegungsbeschränkungen, denn durch letztere werden die vorgenannten sechs Elementarbewegungen z. T. unmöglich, z. T. voneinander abhängig. Bezeichnet man die Anzahl der Bewegungsbeschränkungen mit b , so ist der Freiheitsgrad

$$f = 6 - b.$$

Es kann also f alle Werte von 0 bis 6 haben. So ist z. B. bei dem Paar, das von einer Kugel und zwei sie berührenden parallelen ebenen Platten gebildet wird, $b = 1$, weil die Schiebung der Kugel senkrecht zur Ebene der Platten unmöglich ist; sonach wird in diesem Falle der Freiheitsgrad $f = 5$. Ferner hat z. B. das aus einer Kugel und dem sie in einem größten Kreise berührenden Hohlkreiszyylinder bestehende Paar den Freiheitsgrad $f = 4$, weil nur eine Schiebung in Richtung der Zylinderachse möglich, also $b = 2$ ist usf. Man erkennt leicht, daß die Punkte eines starren Körpers, dessen Bewegung nur einen Freiheitsgrad besitzt, auf ganz bestimmten Kurven sich zu bewegen gezwungen sind. Derartige Bewegungen nennt man auch zwangläufig, und dementsprechend die Paare, für welche $f = 1$ ist, zwangläufig geschlossene oder kurz zwangläufige Elementenpaare. Die zwangläufigen Paare sind also kurvenläufig. Solche Paare sind z. B. das Schraubenpaar und seine Sonderfälle.

5. Die Zwangläufigkeit der Elementenpaare.

Die Zwangläufigkeit der Relativbewegung der Elemente eines Paares kann lediglich durch die Form der Elemente herbeigeführt werden, in welchem Falle das Paar selbständig zwangläufig heißt. Ein solches Paar ist z. B. das Schraubenpaar, denn die Berührung beider Elemente in Schraubenflächen hat zur Folge, daß jeder Punkt des einen Elementes sich gegen das andere in einer Schraubenlinie bewegt. Bei den nicht selbständig zwangläufigen Paaren dagegen bedarf es noch besonderer Hilfsmittel, um die Zwangläufigkeit der gegenseitigen Bewegungen der Elemente zu erzwingen. Als solche werden angewendet entweder der Kraftschluß, wie z. B. bei den Reibungsrändern, die infolge der Reibung aufeinander rollen und somit durch sie zwangläufig werden, oder der Kettenschluß, wie z. B. bei zwei Kurvenscheiben S_1 und S_2 (s. Fig. 3), die gegen einen Körper K sich um parallele Achsen drehen müssen, und hierdurch zwangläufig beweglich werden.

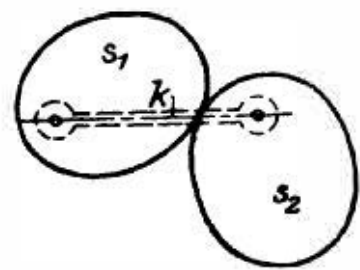


Fig. 3.

Für die weiteren Untersuchungen sind die Mittel, durch die die Elementenpaare zu geschlossenen und zwangläufigen gemacht werden, ohne Bedeutung; wir werden daher im folgenden die Elementenpaare immer als zwangläufig geschlossen voraussetzen.

6. Niedere Elementenpaare.

Ein Elementenpaar wird ein niederes genannt, wenn bei der Relativbewegung der Elemente ein jeder Punkt dieselbe Bahnkurve

durchläuft, ob er nun dem einen oder dem anderen Element angehörig betrachtet wird. Sind a und b die Elemente eines niederen Paares, so beschreibt demnach ein Punkt B von b gegen a dieselbe Bahn, wie der mit B zusammenfallende Punkt A des Elementes a bei der Umkehrung der Bewegung, d. i. bei der Bewegung von a gegen b . Ein niederes Paar ist also dadurch ausgezeichnet, daß die Umkehrung der Bewegung der Elemente die Bahnen der Punkte nicht ändert. Das läßt sich kurz auch so ausdrücken: ein niederes Elementenpaar ist umkehrbar. Als ein Beispiel sei das Schraubenpaar genannt, bei dem ein jeder Punkt dieselbe Schraubenlinie durchläuft, ob man nun die Schraubenspindel oder die Schraubemutter in Ruhe erhält.

Man überzeugt sich leicht, daß die niederen Paare die Eigenschaft haben, sich in Flächen berühren zu können, also Umschlußpaare zu sein. Das ist nur bei Berührungsflächen möglich, die in sich selbst verschieblich sind, wie z. B. die Schrauben- und Rotationsflächen, sowie die Ebenen. Die wichtigsten niederen Paare sind das Schraubenpaar und seine Sonderfälle, das Drehkörper- und das Prismenpaar. Beim Schraubenpaar erfolgt die Berührung der Elemente in Schraubenflächen, beim Drehkörperpaar in Rotations- und beim Prismenpaar in ebenen Flächen. Wichtiger als die Art der Berührungsflächen ist die Art der Bewegung der Elemente gegeneinander. Beim Schraubenpaar ist die Relativbewegung eine Schraubung, beim Drehkörperpaar eine Drehung um die geometrische Achse der die Elemente begrenzenden Rotationsflächen, und beim Prismenpaar eine geradlinige Schiebung in Richtung der Prismenkanten. Dementsprechend mögen die beiden letzteren Paare kurz auch als Drehpaar bzw. Schiebepaar bezeichnet werden.

Für die späteren Untersuchungen ist die Ausführungsart der Umschlußpaare ohne Bedeutung, weshalb wir in allen Fällen, wo

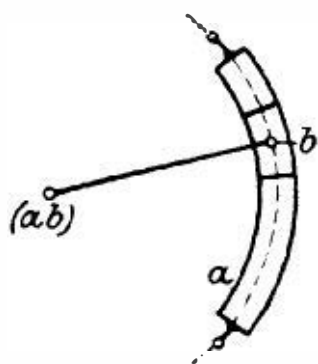


Fig. 4.

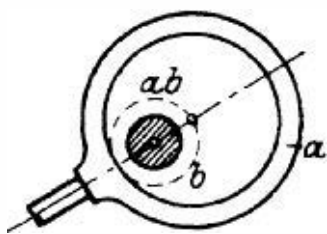


Fig. 5.

eine Drehung des einen Elementes gegen das andere um eine bestimmte in letzterem festliegende Achse stattfindet, nur von einem Drehpaar sprechen, auch wenn dieses nicht als Umschlußpaar im engeren Sinne des Wortes ausgeführt ist, wie z. B. bei Schneide und Pflanne (s. Fig. 1), oder wenn es aus Stein und Kulissee (s. Fig. 4), oder endlich als Exzenter und Ring (s. Fig. 5) besteht. Das gleiche soll auch von den Prismenpaaren gelten, ob sie nun als Schieber oder als Kreuzkopf und Führungseile oder als Stab und Hülse uns ent-

gegentreten; sie mögen alle durch Schiebepaare ersetzt gedacht und als solche bezeichnet werden.

7. Höhere Elementenpaare.

Höhere Elementenpaare heißen die Paare, bei denen ein Punkt, je nachdem er dem einen oder dem andern Element eines Paares angehört, verschiedene Bahnen beschreibt, die also nicht umkehrbar sind. Als Beispiel werde das Reibungsräderpaar (Fig. 6) angeführt, bei dem der Punkt *A* als dem Rade *a* zugehörig eine gestreckte Epitrochoide (*g*) gegen das Rad *b* beschreibt, während derselbe Punkt als Punkt *B* des Rades *b* eine verschlungene Epitrochoide (*v*) gegen *a* durchläuft. Ganz ähnlich ist es bei den Zahnräderpaaren, den Kurvenscheiben usw. Die Berührung der Elemente kann hierbei nur in Kurven oder Punkten erfolgen.

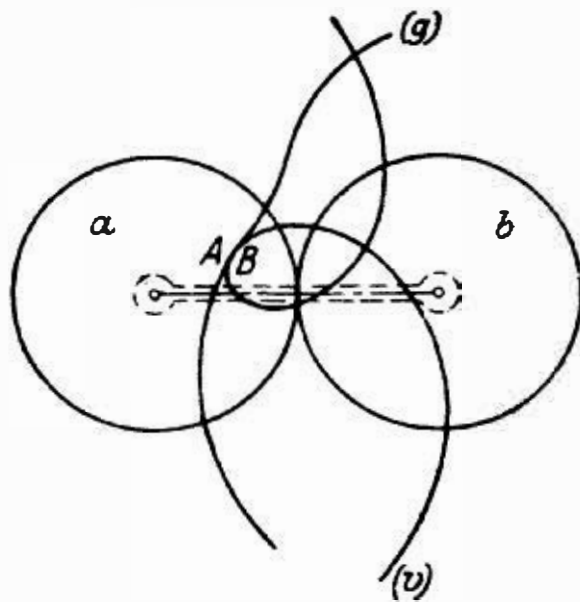


Fig. 6.

Die höheren Paare sind entweder selbständig oder unselbständig zwangläufig. Im ersten Falle (dem seltner vorkommenden) ist die Form der Elemente so gewählt, daß durch sie die gegenseitige Bewegung der Elemente zu einer völlig bestimmten wird. Als Beispiele mögen die Kurvenscheiben im umschließenden Rahmen genannt werden und deren Sonderfälle, das Kurvenzweieck im Dreieck (Fig. 7) und das Kurvendreieck im Quadrat (Fig. 8).

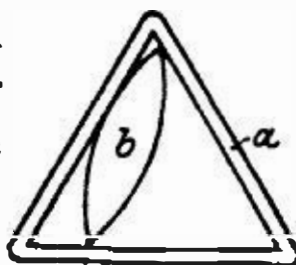


Fig. 7.

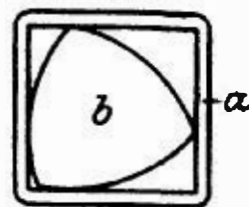


Fig. 8.

Weit wichtiger und häufiger sind die unselbständigen Paare, zu denen die Zahnräder, die unrunder Räder, die Daumenscheiben usf. gehören. Sie werden zwangläufig beweglich entweder durch Kraftschluß, wie z. B. das Hebedaumenpaar der Pochstempel durch die Schwerkraft oder durch den Kettenschluß, wie z. B. das aus einer Kurvenscheibe *a* von konstanter Breite und dem Rahmen *b* bestehende Paar, bei dem die Zwangläufigkeit der gegenseitigen Bewegungen der Elemente dadurch herbeigeführt wird, daß beide gegen denselben Körper sich zu drehen, bzw. zu verschieben genötigt sind (s. Fig. 9).

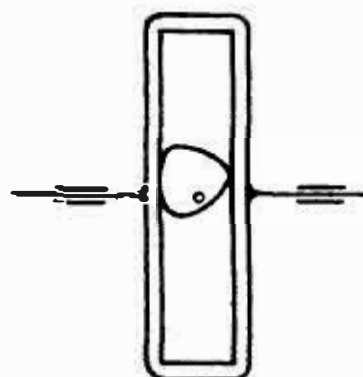


Fig. 9.

8. Bildsame Elemente.

Hierunter versteht man solche, die ihre Gestalt zwar ändern, aber in einer bestimmten Richtung als starr angesehen und daher mit starren Körpern kinematisch gepaart werden können. Solche sind: α) Seile, Bänder und Ketten, die als Zugkraftorgane bezeichnet werden; β) Flüssigkeiten in geschlossenen Gefäßen, die zur Übertragung einer Bewegung mittels Flüssigkeitsdruckes verwendet und deshalb Druckkraftorgane genannt werden; γ) Federn, die infolge ihrer Gestaltsänderung Zug- oder Druckkräfte entwickeln, durch die sie einen Kraftschluß bewirken und damit eine Bewegung veranlassen.

Die Paarung der bildsamen Elemente mit starren Körpern ist in den Anwendungen stets eine solche, daß die Bewegungsübertragung auch durch starre Verbindungen, oder durch bewegliche Verbindungen mittels starrer Elemente erzeugt werden könnte, wie z. B. bei einem Seiltrieb, in dem zwei Seilscheiben durch ein Seil zwangsläufig verbunden sind, die Bewegungsübertragung vom Element a auf b ersetzt werden könnte entweder durch das Zahnräderpaar $a' b'$, oder durch eine Koppelstange c , die gelenkig an a und b angeschlossen ist (s. Fig. 10).

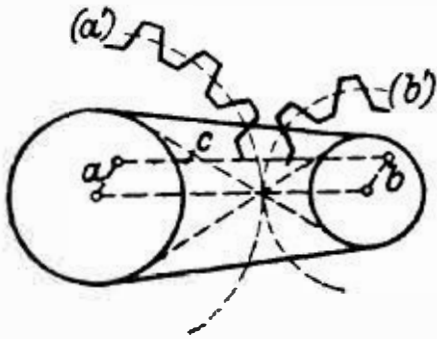


Fig. 10.

Deshalb bedürfen die Paare mit bildsamen Elementen in den folgenden Untersuchungen, soweit sich diese auf Bewegungsvorgänge, insbesondere auf die Erzeugung zwangsläufiger Bewegungen erstrecken, keiner besonderen Berücksichtigung.

9. Die kinematischen Ketten.

Unter einer kinematischen Kette versteht man eine durch Elementenpaare vermittelte solche Verbindung von Körpern, durch die die letzteren in ihrer gegenseitigen Beweglichkeit beschränkt werden. Die Körper selbst, die zunächst als starr vorausgesetzt werden, heißen die Glieder der Kette. So ist z. B. in Fig. 11 eine Kette schematisch dargestellt, die aus acht Gliedern besteht, die untereinander durch Drehpaare beweglich verbunden sind.

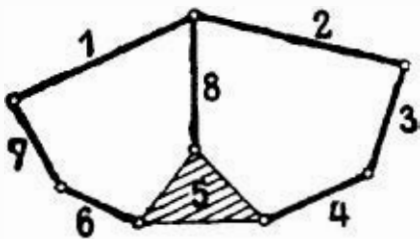


Fig. 11.

Die Anzahl der Elemente, die ein Glied enthält, ist ebenso groß, wie die Anzahl der Glieder, mit denen es in beweglicher Verbindung steht, also durch Elementenpaare verbunden ist. Wir nennen ein Glied singulär, binär, ternär, quaternär, sede-

när usf., je nachdem die Anzahl der in ihm enthaltenen Elemente 1, 2, 3, 4, 5 usf. ist. In der Kette Fig. 11 z.eB. sind alle Glieder binär bis auf das Glied 5, das ein ternäres Glied ist.

Die Kette heißt geschlossen, wenn jedes Glied mit wenigstens zwei anderen Gliedern mittels verschiedener Elementenpaare verbunden ist, offen, wenn letzteres nicht zutrifft. In einer offenen Kette, wie z.B. der gewöhnlichen Hebelwage (Fig. 12), treten singuläre Glieder (1, 3 und 4) auf, während letztere in geschlossenen Ketten unmöglich sind. Die Kette wird zwangläufig genannt, wenn die Punkte jedes Gliedes gegen jedes andere Glied sich in bestimmten Bahnkurven voneinander abhängig bewegen. Die Kette heißt eben, wenn die Bahnen der Relativbewegungen aller Glieder in parallelen Ebenen liegen, räumlich, wenn letzteres nicht der Fall ist.

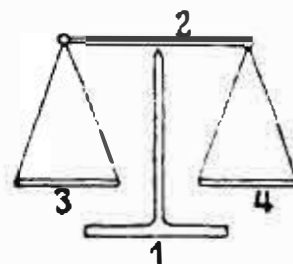


Fig. 12.

Man nennt eine Kette eine niedere Elementenpaarkette oder auch Umschlußpaarkette, wenn in ihr nur niedere oder Umschlußpaare auftreten. Sind in der Kette nur Drehpaare vorhanden, soll sie Drehpaarkette heißen; sind nur Schiebepaare darin, Schiebepaar-(Prismenpaar-)Kette. Die Kette heiße höhere Elementenpaarkette, wenn neben niederen auch höhere Elementenpaare in ihr vorkommen.

10. Mechanismen, Getriebe und Maschinen.

Ein Mechanismus ist eine zwangläufige geschlossene kinematische Kette, von der ein Glied festgestellt, d. h. gegen einen bestimmten Körper (z. B. den Erdkörper oder einen Schiffskörper) in Ruhe gehalten wird. So viel Glieder eine Kette enthält, so viel verschiedene Mechanismen können im allgemeinen aus ihr erhalten werden. So ergeben sich z. B. aus dem ebenen Gelenkviereck (13) vier verschiedene Mechanismen, da jedes der vier Glieder festgehalten werden kann (s. Fig. 13).

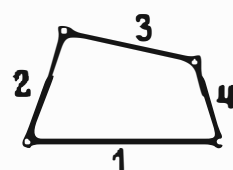


Fig. 13.

Ein Getriebe ist ein Mechanismus, in dem ein bestimmtes Glied die Bewegung der übrigen hervorruft, also das treibende ist. In der Regel ist das treibende Glied mit dem ruhenden unmittelbar beweglich verbunden. Aus einem Mechanismus gehen sonach im allgemeinen mehrere Getriebe hervor, wie z.eB. aus dem Schubkurbelmechanismus das Kurbelschubgetriebe (s. Fig. 14), falls das Glied 2 das treibende ist

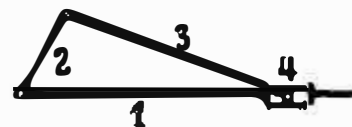


Fig. 14.